مدیریت سبد اوراق بهادار

مدرس:
محمد ابراهیم سماوی

تعاریف و مفاهیم اولیه

سرمایه گذاری

یعنی به تعویق انداختن مصرف امروز برای دستیابی به مصرف بیشتر در آینده

هدف سرمایه گذاری

کسب حداکثر بازدهی متناسب با ریسک

ریسک

- ریسک یعنی عدم اطمینان از وقوع بازدهی مشخص
- بنابراین هر چه این عدم اطمینان بیشتر باشد، ریسک نیز بیشتر
- ریسک اختلاف میان بازده واقعی و بازده مورد انتظار (تعریف کلاسیک)

تعاریف و مفاهیم اولیه

فرض ریسک‌گریزی

هر سرمایه‌گذار، ریسک کمتر را به ریسک بیشتر ترجیح می‌دهد. به عبارت دیگر یک سرمایه‌گذار بین دو طرح با بازده برابر حتماً طرحی را انتخاب می‌کند که دارای ریسک کمتر

***نکته:** یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز، هرگز ریسک را رایگان و مجانی تحمل نمی‌کند و همیشه به ازاء تحمل ریسک اضافی انتظار بازده اضافی، در مالی به این بازده اضافی **"صرف ریسک"**

فرض رکودستیزی (سیری ناپذیری)

- بازده یک عامل افزایش دهنده برای مطلوبیت؛ پس هر سرمایه‌گذار همواره ترجیح بازده بیشتر را به بازده کمتر
- عدم بی تفاوتی سرمایه‌گذار نسبت به بازدهی اضافی
- بنا به فرض رکودستیزی یک سرمایه‌گذار همواره بین دو طرح با ریسک برابرحتماً، طرحی را انتخاب می‌کند که دارای بازده بیشتری

اندازه گیری ریسک

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

فرایند مدیریت ریسک

انواع ریسک

ریسک نکول:

ریسک نکول یا عدم پرداخت، ریسک ناشی از عدم عمل به تعهدات است. دلیل نکول مهم نیست، همین که احتمال عمل نکردن به تعهدات در طرف مقابل وجود داشته باشد؛ ریسک نکولوجود دارد. معمولاً در مسائل برای اوراق دولتی ریسک نکول را صفر در نظر می‌گیریم.

ریسک نرخ ارز:

این ریسک از تغییرات پیش‌بینی نشده نرخ ارز کشور به وجود می‌آید و ویژه شرکت‌هایی است که به نوعی با خارج از کشور در ارتباط هستند.

ریسک نرخ بهره:

این ریسک، با تغییرات نرخ بهره در بازار به وجود می‌آید. به طور کلی با افزایش نرخ بهره در بازار، قیمت تمام سرمایه‌گذاری‌ها کاهش می‌یابد؛

انواع ریسک

ریسک نقدشوندگی:

این ریسک مربوط به قدرت نقد شدن(یا به پول تبدیل شدن) دارایی‌های شرکت است. هر چه دارایی‌های شرکت دیرتر نقد شوند؛ ریسک نقدشوندگی بیشتر است.

ریسک نقدینگی:

این ریسک مربوط به نسبت جاری شرکت است و بیان می‌کند که شرکت چقدر وجه نقد یا دارایی جاری در اختیار دارد. هر چه دارایی‌های شرکتی نقدشوندگی کمتری داشته باشند؛ آن شرکت بیشتر در معرض ریسک نقدینگی قرار دارد.

ریسک تورم:

این ریسک در اثر تورم به وجود می‌آید؛ چرا که تورم بازده واقعی را تحت تاثیر قرار داده و قدرت خرید پول را کاهش می‌دهد.

انواع ریسک

ریسک سرمایه‌گذاری مجدد:

این ریسک مربوط به سرمایه‌گذاری‌هایی است که جریانات نقدی میان دوره‌ای دارند. به عبارت دیگر قبل از تمام شدن کل دوره، جریانات نقدی نصیب سرمایه‌گذار می‌کنند؛ مثل ورقه قرضه که در طول عمر خود کوپن پرداخت می‌کند. این ریسک بدین معناست که سرمایه‌گذار نتواند جریانات نقدی میان دوره‌ای را با نرخ مطلوب سرمایه‌گذاری مجدد کند.

ریسک مالی یا اهرمی:

این ریسک مربوط به استفاده از بدهی در ساختار سرمایه شرکت است که موجب افزایش اهرم مالی و نقطه سر به سر مالی می‌شود و ریسک ورشکستگی را بالا می‌برد.

انواع ریسک

ریسک صنعت:

این ریسک ویژه هر صنعت است.مثلاً صنعت مواد غذایی ریسک فساد مواد دارد و صنعت پوشاک ریسک از مدافتادگی.

ریسک قوانین و مقررات:

این ریسک مربوط به وضع قوانین می‌باشد. قوانینی نظیر مالیاتها و یارانه‌ها که به شرکت‌های خاص تعلق می‌گیرد.

انواع ریسک

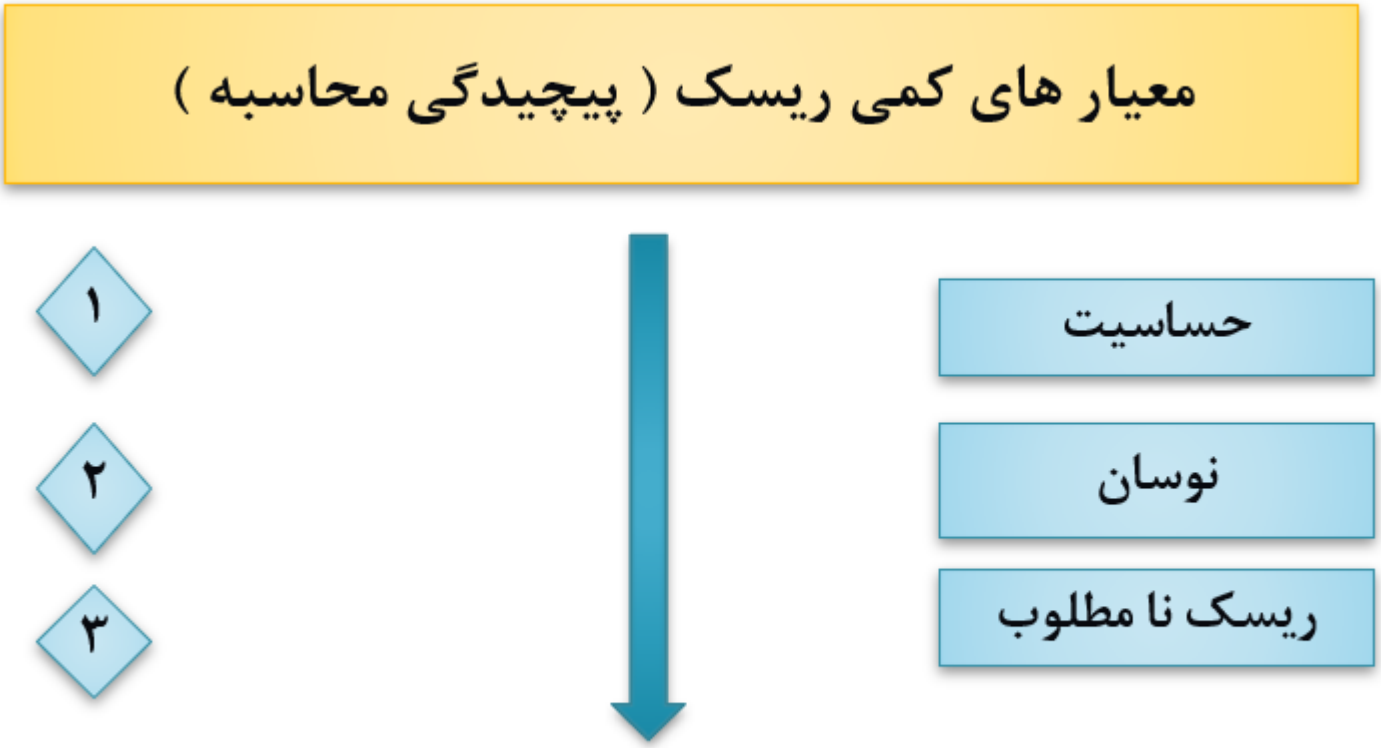
ریسک سیاسی:

این ریسک ناشی از تصمیمات و موجهای سیاسی است که به نوعی بازار را تحت نوسان قرار می‌دهد.

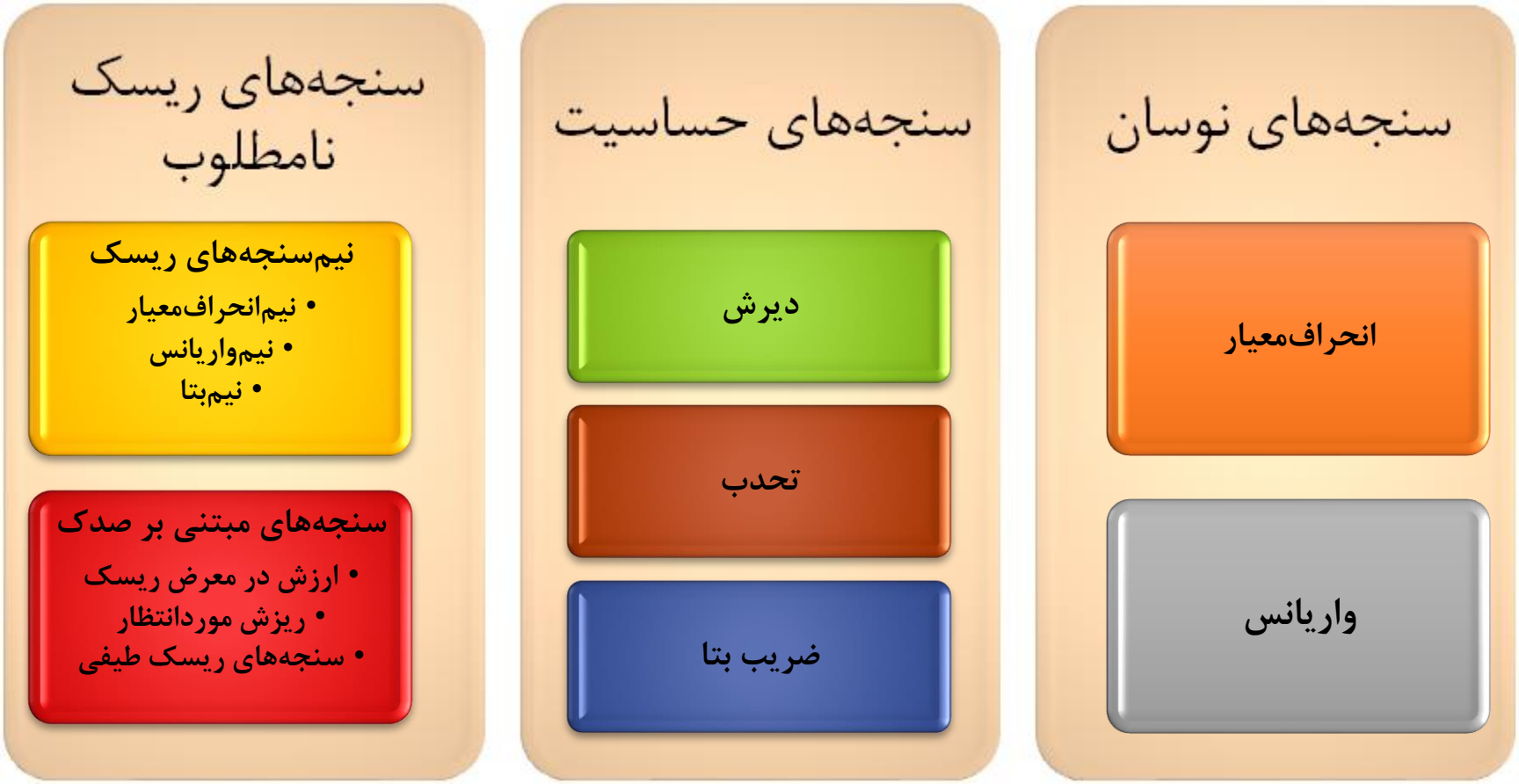
ریسک عملیاتی یا تجاری:

ریسک عملیاتی که گاهی به آن ریسک ذاتی هم گفته می‌شود؛ مربوط به شرکت‌ها بوده و از شرکتی به شرکت دیگر متفاوت می‌باشد. عملکرد مدیران، آموزش کارکنان، تکنولوژی خط تولید و... از جمله مواردی هستند که می‌توانند روی این ریسک تاثیر بگذارند.

اندازه گیری ریسک



اندازه گیری ریسک



اندازه گیری ریسک

معیار واریانس و انحراف معیار

- میانگین در مجموعه بیانگر حد واسط به لحاظ وزنی یا مرکز ثقل
- لذا اندازه مشاهدات بزرگتر از میانگین با اندازه مشاهدات کوچکتر از میانگین، برابر
- از این رو مجموع انحراف از میانگین همیشه صفر
- به عبارت دیگر انحرافات مثبت و منفی از میانگین با هم برابر و هم را خنثی

	مقدار	انحراف از میانگین $(x_i - \bar{x})$
داده اول	۲۵	۵.۵-
داده دوم	۳۱	۰.۵
داده سوم	۴۷	۱۶.۵
داده چهارم	۵۹	۲۸.۵
داده پنجم	۹	۲۱.۵-
داده ششم	۱۲	۱۸.۵-
میانگین $\bar{x}$	**۳۰.۵**	

اندازه گیری ریسک

معیار واریانس و انحراف معیار

- برای جلوگیری از صفر شدن مجموع انحرافات، آنها را به توان دو می‌رسانیم تا انحرافات منفی هم مثبت
- مجذورات یک میانگین ساده می‌گیریم که **واریانس** نامیده شده و به شکل زیر

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

- واریانس میانگین مجذورات انحرافات

اندازه گیری ریسک

معیار واریانس و انحراف معیار

- برای جلوگیری از صفر شدن مجموع انحرافات، آنها را به توان دو می‌رسانیم تا انحرافات منفی هم مثبت
- مجذورات یک میانگین ساده می‌گیریم که **واریانس** نامیده شده و به شکل زیر

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

- واریانس میانگین مجذورات انحرافات

اگر از واریانس جذر گرفته شود (تا اثر آن توان ۲ را خنثی شود)، **انحراف معیار**:

$$\sigma = \sqrt[۲]{\frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_۱ - \bar{x})^۲}{N}}$$

اندازه گیری ریسک

مثال) سود شرکت الف در ۶ ماه گذشته به شرح زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
سود	۲۰	۱۲	۱۳	۲۷	۲۰	۱۵

واریانس سود این شرکت چقدر است؟

اندازه گیری ریسک

حل:

ابتدا میانگین محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{۱۵+۲۰+۲۷+۱۳+۱۲+۲۰}{۶} = ۱۷.۴$$

سپس واریانس بدست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(۱۵-۱۷.۴)^۲ + (۲۰-۱۷.۴)^۲ + (۲۵-۱۷.۴)^۲ + (۲۷-۱۷.۴)^۲ + (۱۳-۱۷.۴)^۲ + (۲۰-۱۷.۴)^۲}{۶} = ۳۸.۳$$

*در این نوع مسائل وزن داده ها به صورت هموزن است (۱/۶).

** جذر واریانس برابر با انحراف معیار است.

اندازه گیری ریسک

مثال) با استفاده از جدول زیر واریانس سهم الف را حساب کنید:

سناریو	بازدهی	احتمال (P)
رکود	۲۰٪	۲۵٪
عادی	۴۰٪	۵۰٪
رونق	۵۰٪	۲۵٪

اندازه گیری ریسک

$$\bar{R} = (\%۲۰ \times \%۲۵) + (\%۴۰ \times \%۵۰) + (\%۵۰ \times \%۲۵) = \%۳۷/۵$$

$R - \bar{R}$	$(R - \bar{R})^۲$	$(R - \bar{R})^۲ \times P$
(۱) ٪۲۰−٪۳۷/۵=−٪۱۷/۵	۰/۰۳۰۶۲۵	۰/۰۰۷۶۵۶
(۲) ٪۴۰−٪۳۷/۵=٪۲/۵	۰/۰۰۰۶۲۵	۰/۰۰۰۳۱۲۵
(۳) ٪۵۰−٪۳۷/۵=٪۱۲/۵	۰/۰۱۵۶۲۵	۰/۰۰۳۹۰۶
		(الف) واریانس $\sigma^۲$ → ۰/۰۱۱۸۷۴۵

*در این نوع مسائل وزن داده ها متفاوت است.

** جذر واریانس برابر با انحراف معیار است.

اندازه گیری ریسک

مفهوم انحراف معیار

۱) میانگین موزون انحراف ها از ارزش مورد انتظار (میانگین)

۲)مقدار واقعی تا چه میزان احتمال دارد در بالا یا پایین مقدار مورد انتظار (میانگین باشد)

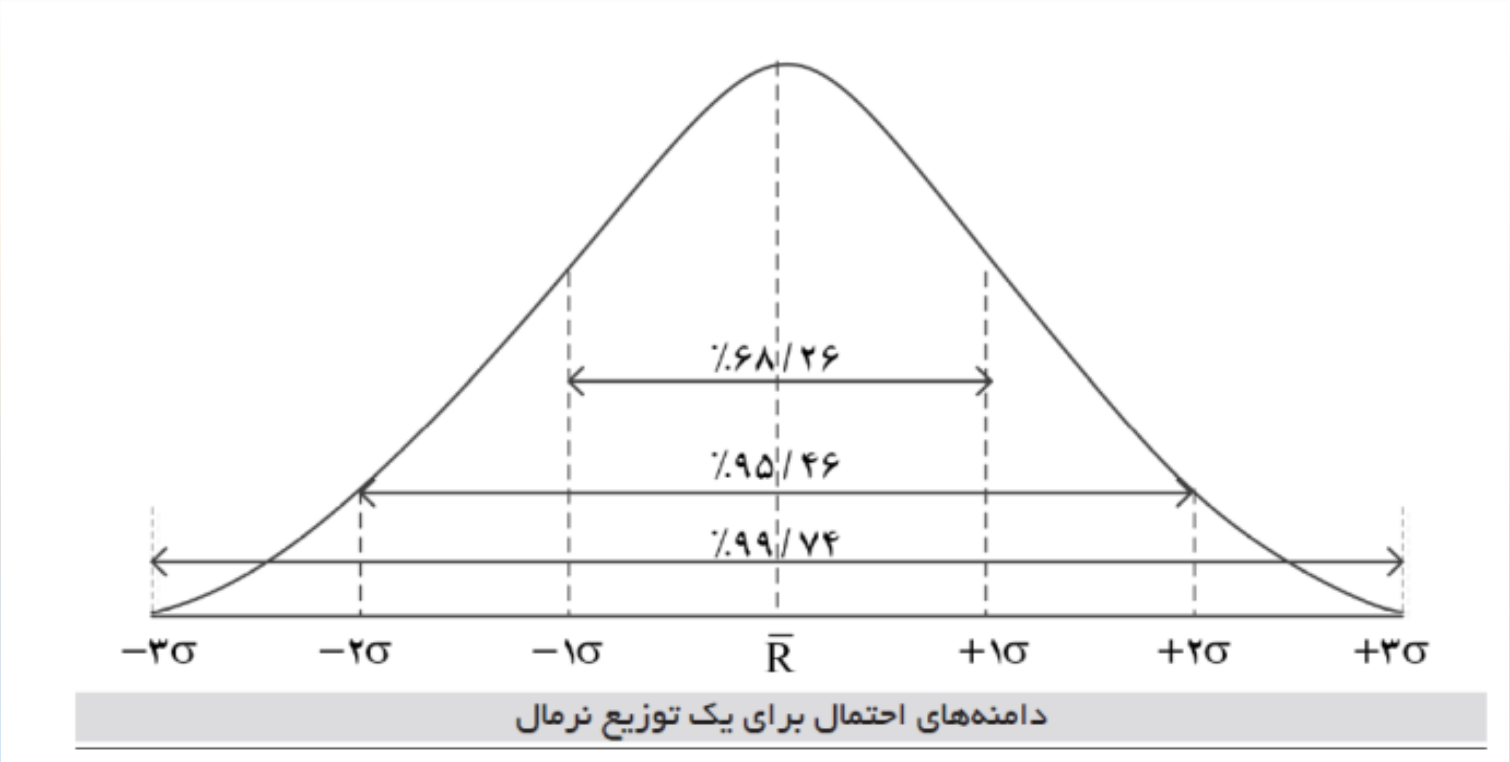
به فرض انحراف معیار بازده یک سهم شد ۵٪ این عدد چه اطلاعاتی به ما می‌دهد؟

- انحراف معیار بازده واقعی هر دوره به طور میانگین (متوسط) ۵٪ از بازده مورد انتظار یعنی اگر بازده مورد انتظار ۲۰٪ باشد به طور میانگین بازده واقعی ۵٪ ± با ۲۰٪

اندازه گیری ریسک

مفهوم انحراف معیار

* در محاسبات انحراف معیار و واریانس همیشه فرض بر نرمال بودن توزیع، لذا اعداد زیر همیشه ثابت



دامنه‌های احتمال برای یک توزیع نرمال

اندازه گیری ریسک

ضریب تغییرات (C.V)

اگر انحراف معیار بازدهی سهم A بیشتر از سهم B کدام ریسک بیشتر؟

در شرایطی که ریسک برابر اما بازدهی نامساوی

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف استاندارد}}{\text{میانگین}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} * 100$$

اندازه گیری ریسک

ضریب تغییرات (C.V)

توزیع احتمال بازده های آتی ۲ سهم الف و ب به شرح زیر:

احتمال (P_i)	سهم الف (درصد)	سهم ب (درصد)
۰/۱	-۱۵	-۲۰
۰/۲	۰	۱۰
۰/۴	۵	۲۰
۰/۲	۱۰	۳۰
۰/۱	۲۵	۵۰

اندازه گیری ریسک

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

سهم الف:

R_i	P_i	R_iP_i	$(R_i-\bar{R})$	$(R_i-\bar{R})^2$	$(R_i-\bar{R})^2P_i$
−۱۵	۰/۱	−۱/۵	−۲۰	۴۰۰	۴۰
۰	۰/۲	۰	−۵	۲۵	۵
۵	۰/۴	۲	۰	۰	۰
۱۰	۰/۲	۲	۵	۲۵	۵
۲۵	۰/۱	۲/۵	۲۰	۴۰۰	۴۰

$\bar{R} = ۵$

$\sigma^2 = ۹۰ \rightarrow \sigma = \sqrt{۹۰} = ۹/۵$

سهم ب

R_i	P_i	R_iP_i	$(R_i-\bar{R})$	$(R_i-\bar{R})^2$	$(R_i-\bar{R})^2P_i$
−۲۰	۰/۱	−۲	−۳۹	۱۵۲۱	۱۵۲/۱
۱۰	۰/۲	۲	−۹	۸۱	۱۶۷۲
۲۰	۰/۴	۸	۱	۱	۰/۴
۳۰	۰/۲	۶	۱۱	۱۲۱	۲۴/۲
۵۰	۰/۱	۵	۳۱	۹۶۱	۹۶۱

$\bar{R} = ۱۹$

$\sigma^2 = ۲۸۹ \rightarrow \sigma = \sqrt{۲۸۹} = ۱۷$

$C.V_{\text{الف}} = \frac{۹/۵}{۵} = ۱/۹$

$C.V_{\text{ب}} = \frac{۱۷}{۱۹} = ۰/۸۹$

نظریه نوین پرتفوی

دلایل ریزش سهم

گروه اول:

تغییرات نرخ بهره، تغییرات نرخ ارز، وقوع جنگ، افزایش یا کاهش نرخ تورم، تغییرات سیاسی و....

گروه دوم:
آتش سوزی انبار، اعتصاب کارکنان، دستیابی به فن‌آوری جدید در شرکت، تخلف مدیران، عقد یا فسخ قراردادی خاص و....

تمام موارد فوق به همراه عوامل بسیار دیگری می‌توانند بازده سهم شرکت را دچار ریسک(نوسان) کنند. اما چرا این عوامل را در ۲ گروه تقسیم‌بندی؟

نظریه نوین پرتفوی

گروه اول عواملی هستند که تمام بازار را تحت تأثیر قرار می‌دهند

- به شرکت خاصی مربوط نمی‌شوند
- ریسک ناشی از این عوامل را **ریسک سیستماتیک** می‌نامند
- در اصل ریسکی است که سیستم اقتصاد کشور به شرکت تحمیل می‌کند
- غیر قابل کنترل

نظریه نوین پرتفوی

گروه دوم ریسک‌های درون شرکتی یا منحصر به فرد

- ناشی از عوامل داخل شرکت بوده
- از شرکتی به شرکت دیگر متفاوت
- ریسک ناشی از عوامل گروه دوم را ریسک **غیر سیستماتیک** (unsys) یا قابل کنترل می‌نامند.
- اما چرا قابل کنترل؟

قابل کنترل بودن ریسک غیر سیستماتیک به این معنی نیست که می‌توان از وقوع آن جلوگیری کرد؛ بلکه بدان معناست که می‌توان **اثر آن را بر ثروت** از بین برد و این کار به کمک **تنوع بخشی** صورت می‌گیرد.

نظریه نوین پرتفوی

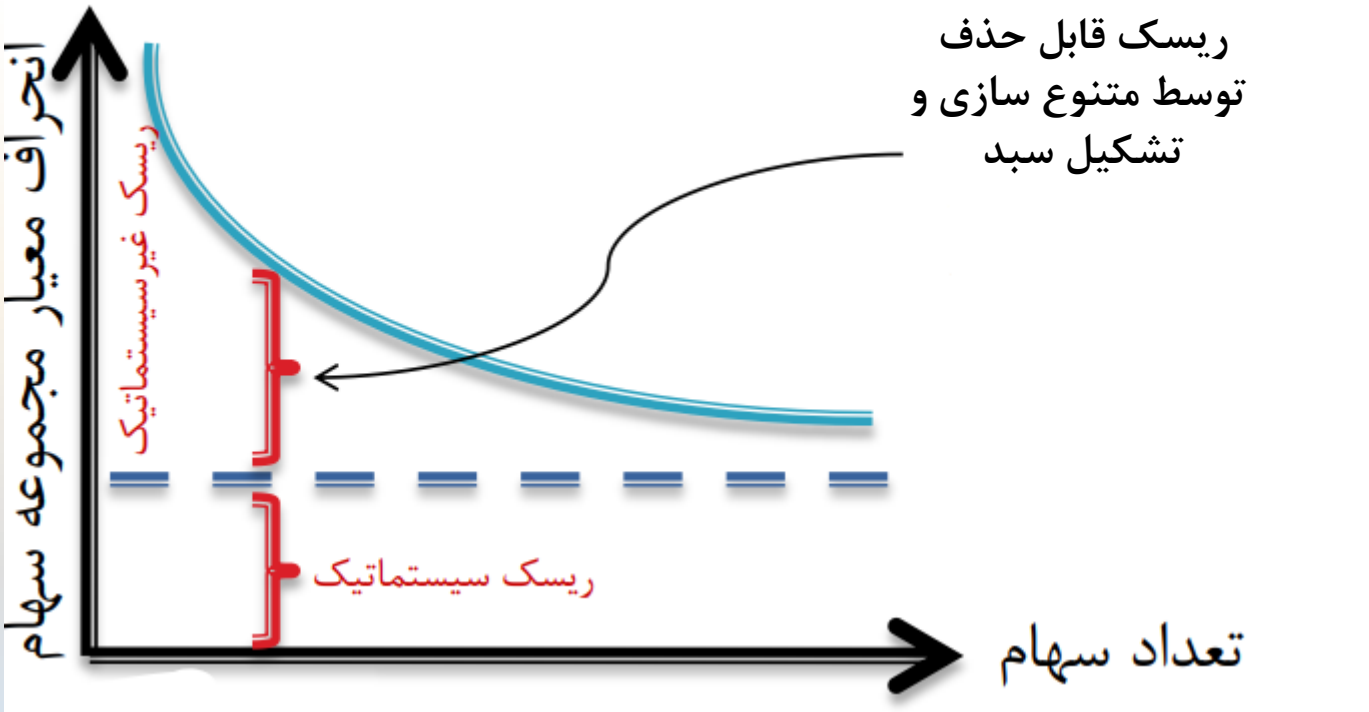
اگر شما پول خود رابین چندین سهم مختلف تقسیم کنید؛
اصطلاحاً **پرتفوی (یا همان سبد سهام)**

در چنین شرایطی اگر اتفاق بدی برای سهمی افتاد اثر این اتفاق فقط بخش کوچکی از سرمایه شما را تهدید

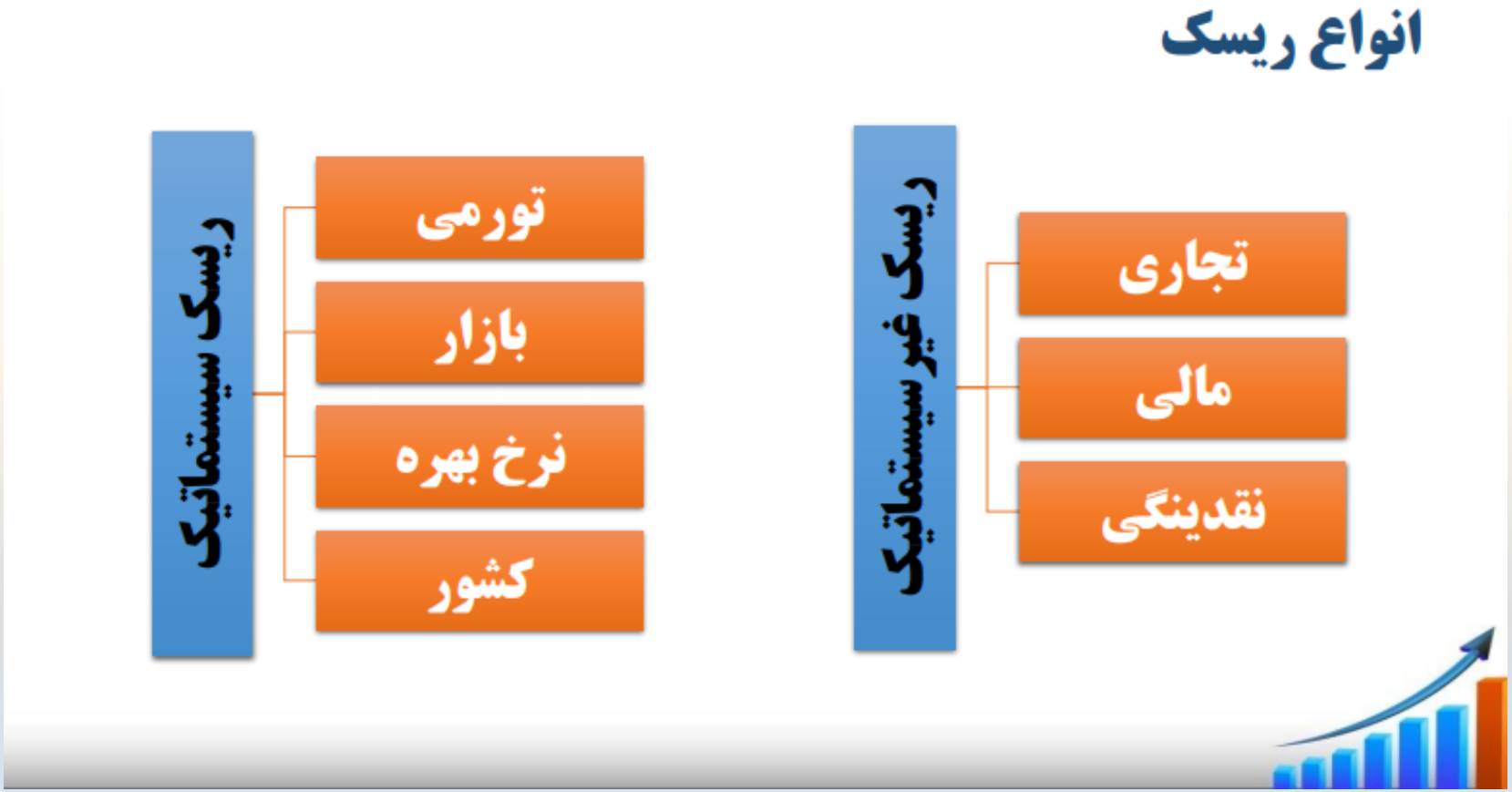
مضافاً اینکه اتفاقات خوب و بد شرکت‌های مختلف موجود در سبد شما تا حدودی یکدیگر را خنثی

پس با **تنوع بخشی(ساخت پرتفوی)**
کاهش بخشی از ریسک (یعنی ریسک **غیرسیستماتیک**)

انواع ریسک با رویکرد نظریه نوین



انواع ریسک با رویکرد نظریه نوین

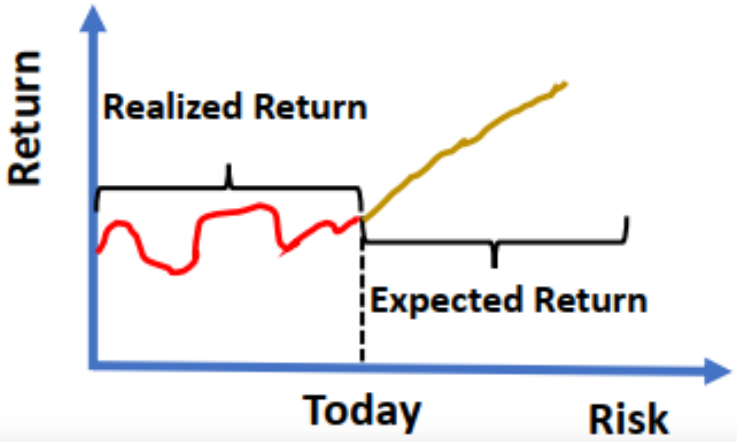


بازده تحقق یافته در مقابل بازدهی مورد انتظار

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

بازده تحقق یافته: بازده ای است که کسب شده است .

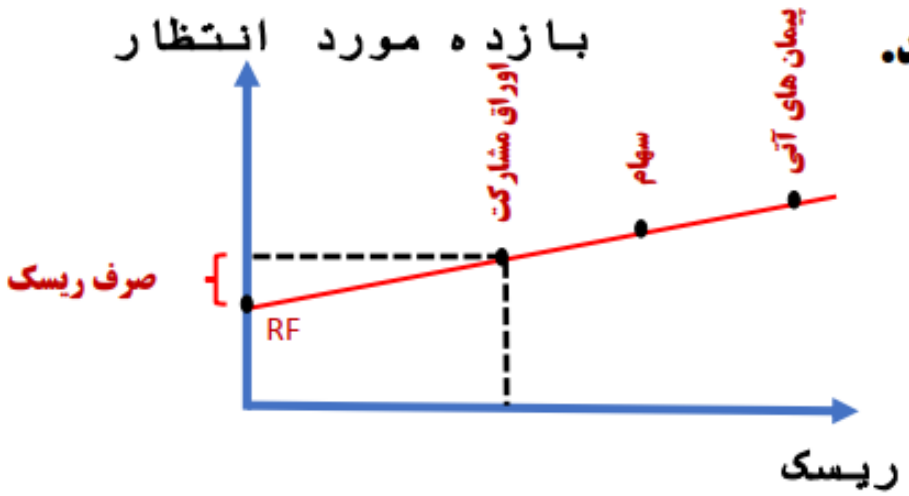
بازده مورد انتظار: بازده تخمینی یک دارایی که سرمایه گذاران انتظار دارند در یک دوره آتی بدست آورند .



ریسک و بازده

رابطه ریسک و بازده

بازده و ریسک رابطه مستقیم دارند.



صرف ریسک = بازده دارایی – بازده بدون ریسک

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

بازده یک سبد سهام برابر با میانگین وزنی بازده های اوراق موجود در آن سبد

وزن هر سهم به اندازه میزان سرمایه‌گذاری در آن سهم به درصد

$$x_i = \frac{\text{میزان سرمایه‌گذاری در دارایی } i\text{ام}}{\text{کل مبلغ سرمایه‌گذاری در پرتفوی}}$$

و

$$r_p = \sum_{i=1}^{N} x_i \bar{r}_i$$

R_P = بازده مجموعه سرمایه گذاری

X_i = درصد سرمایه گذاری در سهم i

R_i = بازده سهم i

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + \dots$$

یا

$$R_P = \sum X_i R_i$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

مثال: بازده سه سهم و میزان سرمایه‌گذاری در هر یک از آنها، به صورت زیر می‌باشد. بازده پرتفوی متشکل از این سه سهم را حساب کنید.

بازده	میزان سرمایه‌گذاری	سهم
٪۱۰	۱۰,۰۰۰ ریال	A
٪۸	۲۰,۰۰۰ ریال	B
٪۱۲	۱۰,۰۰۰ ریال	C
	۴۰,۰۰۰ ریال	

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

پاسخ : $x_A = \frac{۱۰,۰۰۰}{۴۰,۰۰۰} = ٪۲۵ \quad x_B = \frac{۲۰,۰۰۰}{۴۰,۰۰۰} = ٪۵۰ \quad x_c = \frac{۱۰,۰۰۰}{۴۰,۰۰۰} = ٪۲۵$

$$\bar{r}_P = ٪۲۵(٪۱۰) + ٪۵۰(٪۸) + ٪۲۵(٪۱۲) = ٪۹/۵$$

از آنجایی که با تنوع بخشی ریسک پرتفوی کاهش می‌یابد؛ لذا ریسک پرتفوی را نمی‌توان با میانگین حساب کرد (مگر در یک مورد خاص که جلوتر بیان خواهیم کرد).

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

- یک مجموعه سرمایه گذاری مرکب از سه دارایی A، B، و C است. میزان پولی که در هر یک از این داراییها سرمایه گذاری شده به ترتیب ۲،۰۰۰،۰۰۰ ، ۳،۰۰۰،۰۰۰، و ۵،۰۰۰،۰۰۰ ریال است. بازده مورد انتظار داراییهای A، B، و C به ترتیب ۰/۳، ۰/۵، و ۰/۷ است. بازده مورد انتظار مجموعه سرمایه گذاریهای فوق چند درصد است؟

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + X_c R_c$$

$$R_P = \frac{۲,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}(۰/۳) + \frac{۳,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}(۰/۵) + \frac{۵,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}(۰/۷)$$

$$= \%۲۰(\%۳۰) + \%۳۰(\%۵۰) + \%۵۰(\%۷۰) = \%۵۶$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مساله :

- در یک مجموعه سرمایه گذاری متشکل از دو سهم A و B، درصد سرمایه گذاری به ترتیب ۱۰ و ۹۰ درصد و بازدهٔ آنها به ترتیب ۱۰ و ۲۰ درصد است. با خرید سهم جدید حجم سرمایه گذاری ۴ برابر می شود، بازده سهم جدید چند درصد باشد تا بازده مجموعه جدید افزایش یابد؟

الف) بیشتر از ۱۹ ب) بیشتر از ۲۰ ج) بیشتر از ۲۵ د) بین ۱۰ تا ۲۰

سهم	بازده	درصد سرمایه گذاری
A	٪۱۰	٪۱۰
B	٪۲۰	٪۹۰

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = \%۱۰(\%۱۰) + \%۲۰(\%۹۰) = \%۱۹$$

$$X_{ab} R_{ab} + X_l R_l = \%۱۹$$

$$\frac{۱}{۴}(\%۱۹) + \frac{۳}{۴}(R_L) = \%۱۹$$

بازده سهم جدید اگر ٪۱۹ باشد بازده مجموعه قبلی تغییر نمی کند.

اگر بازده سهم جدید بیشتر از ٪۱۹ باشد، بازده مجموعه جدید افزایش می یابد.

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

ریسک پرتفوی از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$\sigma^{2}_{P} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} Cov_{(i,j)} x_i x_j$$

مفهوم $\sum\sum$ یعنی جمع دو به دو. به عنوان مثال اگر $\sum$ اول شامل (a,b,c) و$\sum$ دوم شامل (۱, ۲, ۳) باشد؛ آنگاه $\sum\sum$شامل (a۱, a ۲, a ۳, b۱, b۲, c۱, b۳, c۲, c۳) خواهد بود.

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

یادآوری اول: کوواریانس هر چیز با خودش برابر واریانس آن چیز است.

$$Cov(a,a) = \sigma^{2}_{a}$$

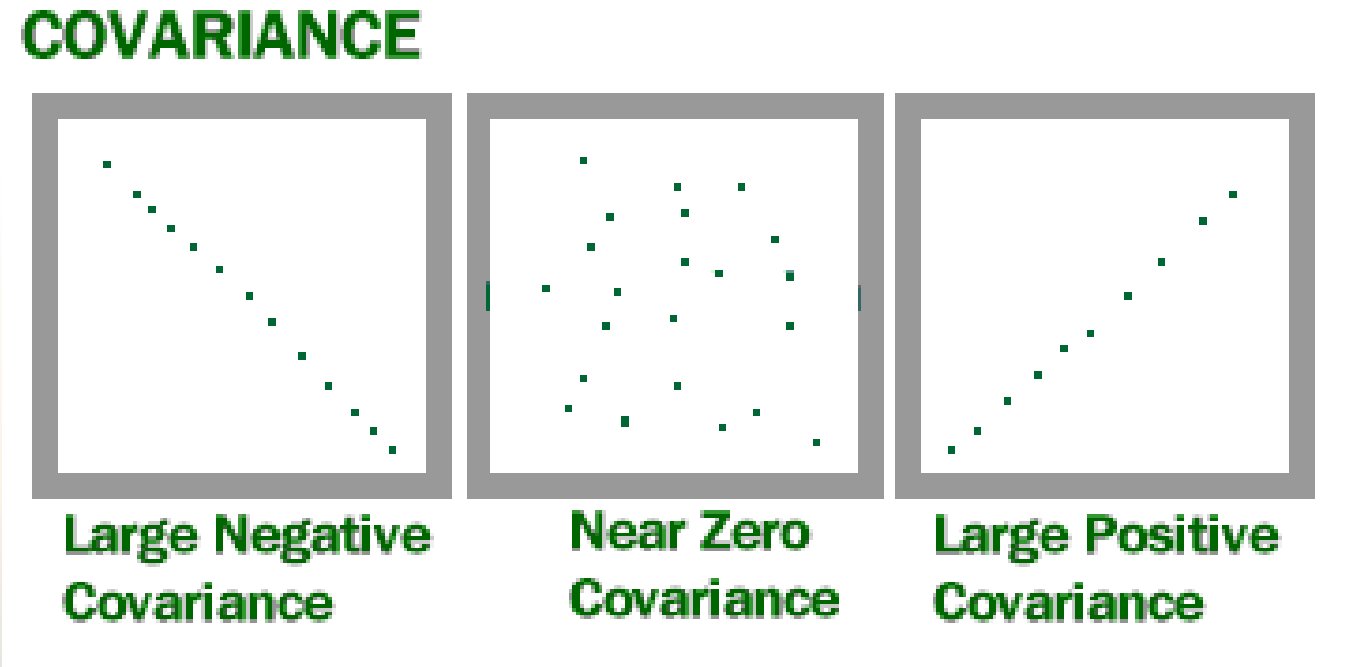
۱) **کوواریانس مثبت:** رابطه ۲ متغیر مستقیم است مثل ورزش و سلامتی

۲) **کوواریانس منفی:** رابطه ۲ متغیر معکوس است مثل سیگار و سلامتی

۳) **کوواریانس صفر:** در این شرایط ۲ حالت وجود دارد: یا ۲ متغیر رابطه خطی ندارند و ممکن است مستقل از هم باشند.

* شدت و جهت

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی



- مثل سواد و شعور و یا ۲ متغیر رابطه غیر خطی
- مثل مطلوبیت ناشی ازخوردن بستنی که ابتدا افزایشی و بعد کاهشی

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

برای سهولت پرتفوی دو سهمی

با توجه به نکات بیان شده ریسک یک پرتفوی ۲ سهمی متشکل از سهم a و b

به صورت زیر محاسبه می‌شود (وزن سهم در سبد با x یا w):

$$\sigma_P^2 = X_a^2\sigma_a^2 + X_b^2\sigma_b^2 + 2X_aX_bCov(a,b)$$

X_a و X_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

σ_a و σ_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

فرمول کوواریانس(عموما نمونه):

For Population

$$Cov(x,y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{N}$$

For Sample

$$Cov(x,y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{(N-1)}$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

ماتریس واریانس- کوواریانس:

این ماتریس یک ماتریس مربع است و هر درایه آن، کوواریانس میان آن سطر و ستون می‌باشد. از آنجایی که کوواریانس هر دارایی با خودش برابر واریانس آن دارایی است؛ لذا قطر اصلی این ماتریس را واریانس‌ها تشکیل می‌دهد. ضمناً چون در کوواریانس خاصیت جابه‌جایی داریم($Cov_{(a,b)} = Cov_{(b,a)}$) ؛ این ماتریس متقارن بوده و مثلث بالا و پایین آن یکی است.

	A	B	C	⋯	N
A	$CoV_{(A,A)}$	$CoV_{(A,B)}$	$CoV_{(A,C)}$	⋯	$CoV_{(A,N)}$
B	$CoV_{(B,A)}$	$CoV_{(B,B)}$	$CoV_{(B,C)}$	…	$CoV_{(B,N)}$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
N	$CoV_{(N,A)}$	$CoV_{(N,B)}$	$CoV_{(N,C)}$	…	$CoV_{(N,N)}$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

ماتریس واریانس- کوواریانس:

مثال: سرمایه‌گذاری پرتفوی خود را به صورت مساوی از دو سهم A و B تشکیل داده است در صورت وجود ماتریس واریانس ـ کوواریانس به شکل زیر، ریسک پرتفوی را حساب کنید.

نوع سهم	A	B
A	۰/۲	۰/۰۷
B	۰/۰۷	۰/۳

$$\sigma_P^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 + 2x_a x_b CoV_{(a,b)}$$

$$\left[(0/5)^2 \times 0/2\right] + \left[(0/5)^2 \times 0/3\right] + \left[2 \times 0/5 \times 0/5 \times 0/07\right] = \%16 \Rightarrow \sigma = 0/4$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

فرمول دیگر محاسبه ریسک پرتفوی دو سهمی

$$\sigma_P^2 = X_a^2\sigma_a^2 + X_b^2\sigma_b^2 + 2X_aX_bCov(a,b)$$

$$\rho_{ab} = \frac{Cov(a,b)}{\sigma_a\sigma_b}$$ ضریب همبستگی

$$\sigma_P^2 = X_a^2\sigma_a^2 + X_b^2\sigma_b^2 + 2X_aX_b\sigma_a\sigma_b\rho_{ab}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2}$$

بسیار مهم

X_a و X_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

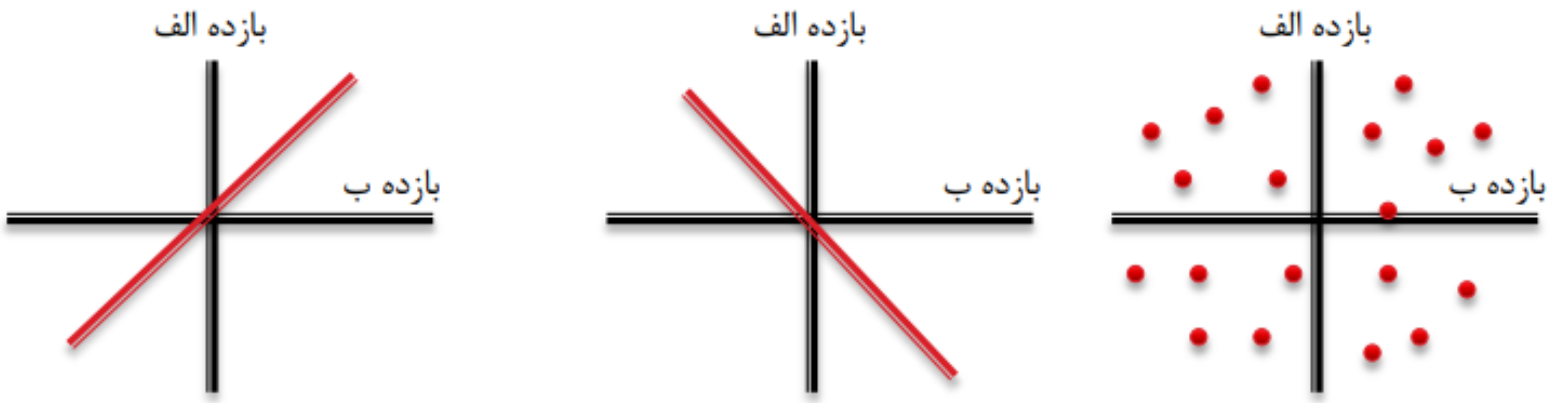
σ_a و σ_b = درصد سرمایه گذاری در دارایی a و b

ρ_{ab} = ضریب همبستگی بین بازده دو سهم a و b

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

ضریب همبستگی (correlation coefficient) بین ۱ و ۱-

ضریب همبستگی بیانگر رابطه هر دو اوراق بهادار است. این ضریب علت رابطه را نشان نمی دهد و فقط وجود یا عدم وجود رابطه را نشان می دهد.



همبستگی کاملاً مثبت

$\rho_{ij}=+1$

همبستگی کاملاً منفی

$\rho_{ij}=-1$

همبستگی صفر

(عدم همبستگی)

$\rho_{ij}=0$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

ضریب همبستگی (correlation coefficient)

نکات:

۱) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً مثبت باشند هیچ کاهشی در ریسک پرتفلیو ندارد. **(برابر با ۱)**

۲) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً منفی باشند می تواند باعث حذف کامل ریسک پرتفلیو شود. **(برابر با ۱-)**

۳) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی صفر باشند باعث کاهش ریسک پرتفلیو می شود، اما ریسک پرتفلیو کاملاً حذف نمی شود. **(برابر با ۰)**

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

- سرمایه گذاری می خواهد بطور یکسان در دو سهم «الف» و «ب» با مشخصات زیر سرمایه گذاری کند:

شرح	الف	ب
نرخ بازده مورد انتظار	٪۱۲	٪۱۵
انحراف معیار	٪۱۵	٪۲۲

اگر ضریب همبستگی بین دو سهم ۰/۲ باشد، نرخ بازده مورد انتظار و انحراف معیار سبد سرمایه گذاری را محاسبه کنید.

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = \%۵۰(\%۱۲) + \%۵۰(\%۱۵) = \%۱۳/۵$$

$$\sigma_P^۲ = X_a^۲\sigma_a^۲ + X_b^۲\sigma_b^۲ + ۲X_a X_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab}$$

$$= (\%۵۰)^۲(\%۱۵)^۲ + (\%۵۰)^۲(\%۲۲)^۲ + ۲(\%۵۰)(\%۵۰)(\%۲۰)(\%۱۵)(\%۲۲)$$

$$= ۲۱۰/۲۵$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^۲} = \sqrt{۲۱۰/۲۵} = \%۱٤/۵$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

- با استفاده از جدول زیر به سه سئوال ارائه شده پاسخ دهید.

احتمال (hi)	نرخ بازده سهام		
	۱	۲	۳
٪۲۰	۰/۲۴	۰/۱۶	۰/۰۲
٪۲۵	۰/۱۸	۰/۱۲	۰/۰۷
٪۳۰	۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۱۰
٪۱۵	-۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۱۳
٪۱۰	-۰/۱۲	۰/۰۲	۰/۲۱

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

- نرخ بازده مورد انتظار هر یک از این سه سهم را محاسبه کنید.
- بازده مورد انتظار هر سهم برابر است با:

$$R_1 = \sum (R)(P_i) = ۰/۲۴ \times \%۲۰ + ۰/۱۸ \times \%۲۵ + ۰/۱۰ \times \%۳۰$$
$$+ (-۰/۰۱) \times \%۱۵ + (-۰/۱۲) \times \%۱۰ = ۰/۱۰۹۵ = \%۱۰/۹۵$$

$$R_2 = \sum (R)(P_i) = \%۹/۴۰$$

$$R_3 = \sum (R)(P_i) = \%۹/۲۰$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

- واریانس و انحراف معیار برای هر سه سهم را محاسبه کنید.

$$\sigma^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

واریانس و انحراف معیار سهم ۱برابر است با:

$$(۰/۲٤ - ۰/۱۰۹۵)^2 ۰/۲۰ = ۰/۰۰۳٤$$
$$(۰/۱۸ - ۰/۱۰۹۵)^2 ۰/۲۵ = ۰/۰۰۱۲$$
$$(۰/۱۰ - ۰/۱۰۹۵)^2 ۰/۳۰ = ۰/۰۰۰۰$$
$$(-۰/۰۱ - ۰/۱۰۹۵)^2 ۰/۱۵ = ۰/۰۰۲۱$$
$$(-۰/۱۲ - ۰/۱۰۹۵)^2 ۰/۱۰ = ۰/۰۰۵۳$$

$$\sigma_1^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = ۰/۰۱۲۰ \qquad \sigma_1 = \sqrt{۰/۰۱۲۰} = ۰/۱۰۹۵$$

واریانس و انحراف معیار سهم ۲ و ۳ برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = ۰/۰۰۲۱ \qquad \sigma_2 = \sqrt{۰/۰۱۲۰} = ۰/۰٤۵۸$$

$$\sigma_3^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = ۰/۰۰۲۷ \qquad \sigma_3 = \sqrt{۰/۰۱۲۰} = ۰/۵۲۰$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

کوواریانس جامعه و ضریب همبستگی بین سهام ۱ و ۲ و بین ۱ و ۳ را محاسبه کنید.

کوواریانس بیانگر رابطه بین دو متغیر است. بزرگی کوواریانس نشان دهنده توان تغییرات می باشد.

$$Cov(a,b) = \sum \left[R_a - \bar{R}_a\right]\left[R_b - \bar{R}_b\right]P$$

$$\begin{aligned} Cov(1,2) = {} & (0/24 - 0/1095)(0/16 - 0/0940)(0/20) \\ & + (0/18 - 0/1095)(0/12 - 0/0940)(0/25) \\ & + (0/10 - 0/1095)(0/08 - 0/0940)(0/30) \\ & + (0/12 - 0/1095)(0/02 - 0/0940)(0/10) = 0/0049 \end{aligned}$$

$$Cov(1,3) = -0/0054$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

برای محاسبه ضریب همبستگی، باید کوواریانس را بر حاصل ضرب انحراف معیار دو سهم تقسیم کرد.

$$\rho_{ab} = \frac{Cov(a,b)}{\sigma_a \sigma_b}$$

$$\rho_{۱,۲} = \frac{Cov(۱,۲)}{\sigma_۱ \sigma_۲} = \frac{۰/۰۰۴۹}{(۰/۱۰۹۵)(۰/۰۴۵۸)} = ۰/۹۷۷۰$$

$$\rho_{۱,۳} = \frac{Cov(۱,۳)}{\sigma_۱ \sigma_۳} = \frac{-۰/۰۰۵۴}{(۰/۱۰۹۵)(۰/۰۵۲۰)} = ۰/۹۴۸۴$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

از آنجایی که ضریب همبستگی عددی ما بین ۱+ تا ۱- است؛ لذا می‌توان حداکثر و حداقل ریسک پرتفوی را محاسبه کرد. در حالت زیر متصور است:

$$\sigma_p^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 + 2x_a x_b \sigma_a \sigma_b \ \rho_{(a,b)}$$

حالت اول) **اگر ضریب همبستگی برابر ۱+** باشد؛ آنگاه ریسک پرتفوی دو سهمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_\rho^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 + 2x_a x_b \sigma_a \sigma_b$$

$$\sigma_b^2 = (x_a\sigma_a + x_b\sigma_b)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_p = x_a\sigma_a + x_b\sigma_b}$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

حالت اول) اگر ضریب همبستگی برابر ۱+

$$\sigma_p^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 + 2x_a x_b \sigma_a \sigma_b$$

$$\sigma_b^2 = (x_a\sigma_a + x_b\sigma_b)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_p = x_a\sigma_a + x_b\sigma_b}$$

- در این حالت تنوعبخشی ما هیچ فایدهای نداشته‌چرا؛ که دو سهم با هم رابطه کاملاً مستقیم دارند و ریسک پرتفوی در حالت حداکثر قرار دارد.

- فقط در این حالت(ضریب همبستگی برابر یک) است که ریسک پرتفوی نیز مانند بازده پرتفوی با میانگین وزنی محاسبه می‌شود.

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

حالت دوم) اگر ضریب همبستگی برابر ۱-

- در این حالت بهترین شکل تنوعبخشی صورت رفتار دو سهم دقیقاً عکس یکدیگر
- حداقل ریسک در این حالت برابر صفر می‌باشد
- می‌توان وزن های دو سهم را در پرتفوی به نحوی تعیین کرد که ریسک کل پرتفوی برابر صفر

$$\sigma_p^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 - 2\sigma_a\sigma_b x_a x_b$$

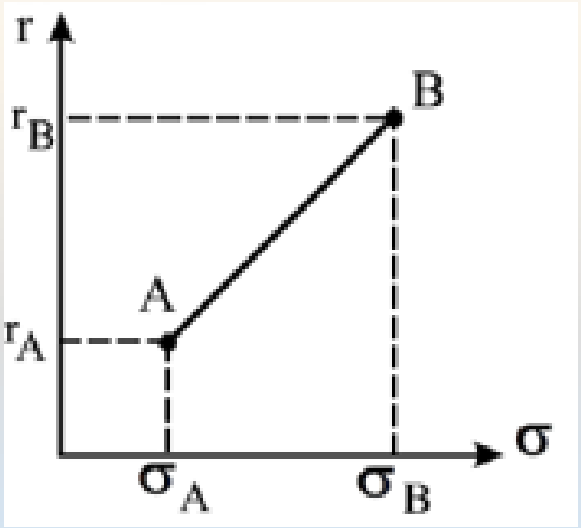
$$\sigma_p^2 = (x_a\sigma_a - x_b\sigma_b)^2$$

$$\boxed{\sigma_p = |x_a\sigma_a - x_b\sigma_b|}$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

تجزیه و تحلیل نموداری

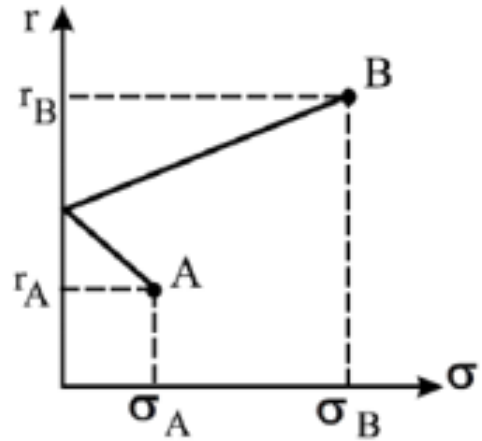
اگر دو سهم B و A دارای ضریب همبستگی مثبت یک باشند؛ آنگاه هم ریسک پرتفوی و هم بازده پرتفوی با استفاده از میانگین وزنی محاسبه می‌شود. در این حالت تمام پرتفوی‌هایی که می‌توان با این ۲ سهم ساخت روی خط AB قرار می‌گیرد.



محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

تجزیه و تحلیل نموداری

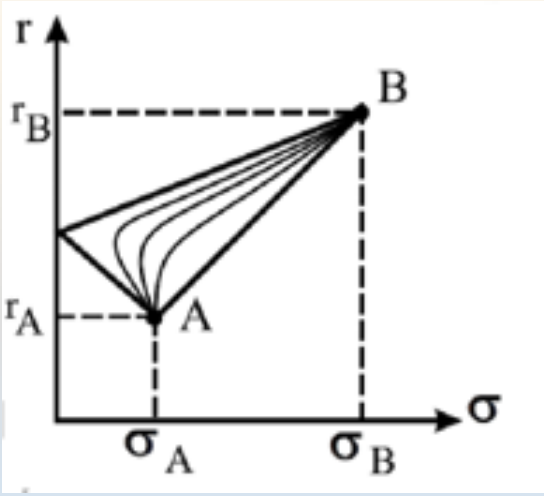
حال اگر فرض کنیم دو سهم B و A دارای ضریب همبستگی منفی یک باشند؛ آنگاه تمام پرتفوی‌هایی که می‌توان با این ۲ سهم ساخت روی شکل زیر قرار می‌گیرند. دقت کنید که در یک ترکیب خاص از B و A ریسک پرتفوی صفر می‌شود.



محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

تجزیه و تحلیل نموداری

می‌دانیم که ضریب همبستگی همواره عددی ما بین ۱+ و ۱- است؛ لذا نتیجه می‌گیریم اگر ضریب همبستگی هر عددی میان B وA باشد؛قطعاً پرتفوی‌های متشکل از این دو سهم روی خط داخل مثلث قرار می‌گیرد. هر خط مجموعه پرتفوی‌های متشکل از B و A را با فرض ضریب همبستگی خاصی(میان ۱+ و ۱-) نشان می‌دهد.



محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

حالت خاص حداقل ریسک پرتفوی

دقت کنید ضریب همبستگی هر عددی که باشد، وقتی ترکیب وزنی پرتفوی را تغییر دهیم؛ یقیناً ریسک پرتفوی تغییر کرده و در یک ترکیب خاص ریسک پرتفوی حداقل(کمتر از سایر ترکیبات) می‌شود. آن ترکیب خاص به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$x_a = \frac{\sigma_b^2 - \sigma_a \sigma_b \rho_{(a,b)}}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\sigma_a \sigma_b \rho_{(a,b)}}$$

و یا

$$\boxed{x_a = \frac{\sigma_b^2 - CoV_{(a,b)}}{\sigma_b^2 + \sigma_a^2 - 2CoV_{(a,b)}}}$$

مشخص است که اگر وزن سهم A را داشته باشیم، وزن سهم B می‌شود یک منهای وزن سهم

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

حالت خاص حداقل ریسک صفر پرتفوی

اگر ضریب همبستگی را ۱- فرض کنیم؛ وزن سهم A در پرتفوی با ریسک صفر برابر خواهد بود با:

$$x_a = \frac{\sigma_b^2 + \sigma_a\sigma_b}{\sigma_b^2 + \sigma_a^2 + 2\sigma_a\sigma_b} = \frac{\sigma_b(\sigma_b + \sigma_a)}{(\sigma_b + \sigma_a)^2}$$

$$= \boxed{\frac{\sigma_b}{\sigma_a + \sigma_b}}$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

حالت خاص حداقل ریسک پرتفوی

در صورتی که ضریب همبستگی صفر فرض شود؛ وزن سهم A در پرتفوی با حداقل ریسک برابر با:

$$x_a = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_a^2}$$

محاسبه ریسک و بازده پرتفوی

فرمول ریسک پرتفوی سه سهمی

$$\sigma_p^2 = x_a^2\sigma_a^2 + x_b^2\sigma_b^2 + x_c^2\sigma_c^2 + 2x_a x_b \mathrm{Cov}(a,b) + 2x_a x_c \mathrm{Cov}(a,c) + 2x_b x_c \mathrm{Cov}(c,b)$$

(جهت اطلاع)

نظریه نوین پرتفوی (MPT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

نظریه سنتی

تمامی سرمایه‌گذاران باید دارای یک پرتفوی شخصی منحصربه‌فرد و متناسب با نیازهای خودشان

- نیاز بود تا سرمایه‌گذاران پیش از تشکیل پرتفوی مورد نظر خود، ابتدا تخمین میزان بازدهی دارایی مالی که قصد سرمایه‌گذاری
- بعد از تخمین میزان بازدهی، دارایی مالی را که انتظار دارند در آینده بیشترین بازدهی را داشته باشند، انتخاب برای سرمایه‌گذاری

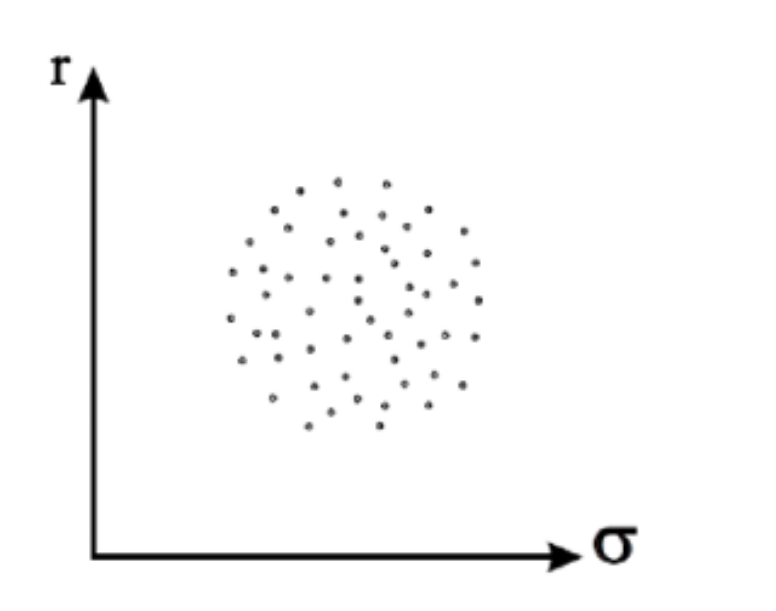
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

هری مارکوئیز مارکویتز در سال ۱۹۵۰ مدل اساسی پرتفوی را ارائه کرد که مبنایی برای تئوری مدرن پرتفوی

- در سال ۱۹۹۰ به‌خاطر آثاری که در زمینه «نظریه مدرن پرتفوی» خلق کرده، کسب جایزه نوبل اقتصاد

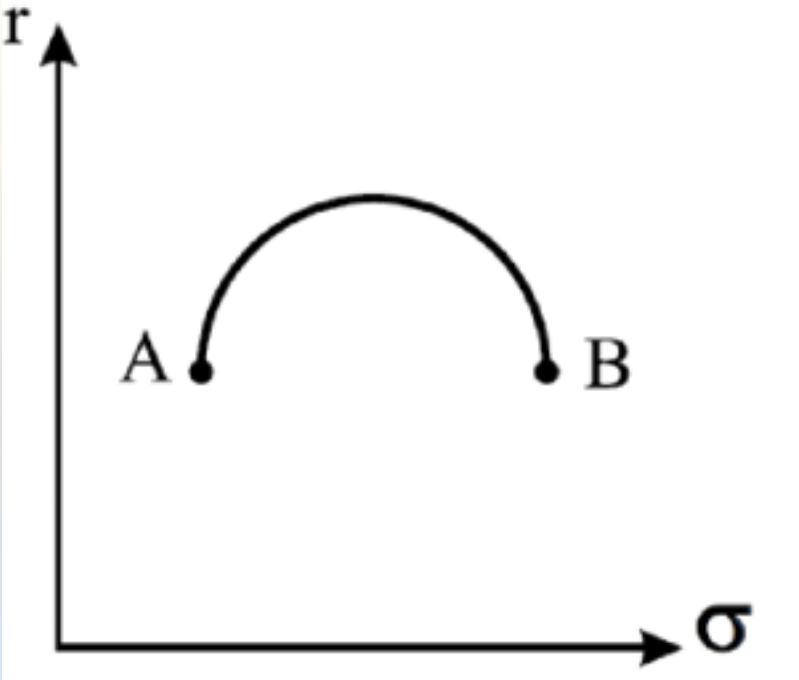
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- هر فرصت سرمایه‌گذاری در بازار، ریسک و بازده مختص به خود را دارد.
- می‌توان تمام فرصت‌های سرمایه‌گذاری موجود را با استفاده از ریسک و بازدهی در شکل زیر نشان داد.
- تمامی این فرصت‌های سرمایه‌گذاری در دسترس هستند اما لزوماً کارا و توجیه‌پذیر نمی‌باشند.



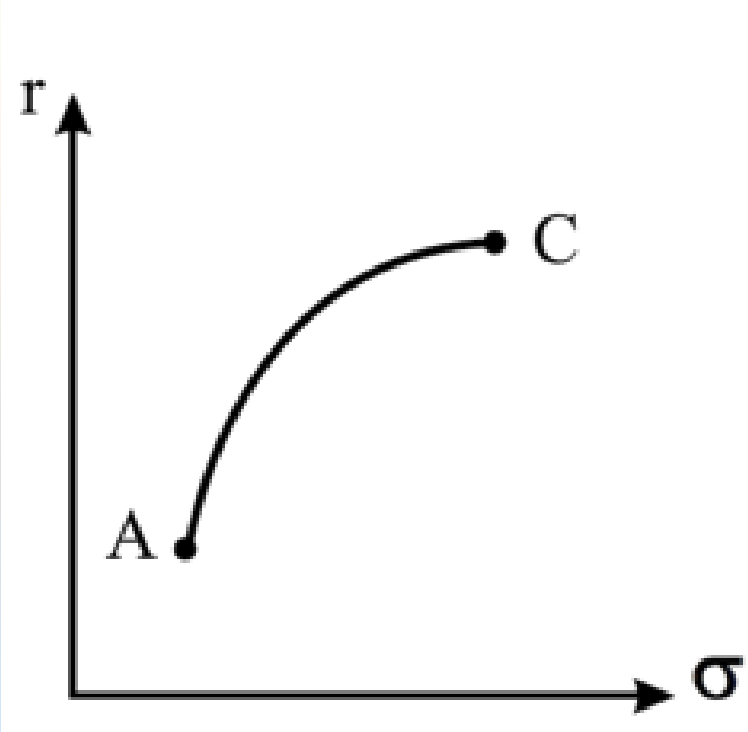
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- طبق **فرض رکودستیزی** یک سرمایه‌گذار بین دو طرح با ریسک برابر حتماً طرحی را انتخاب می‌کند که دارای بازده بیشتری
- پس در شکل بالا در هر سطح از ریسک شما بالاترین فرصت را انتخاب می‌کنید
- سایر فرصت‌های پایین‌تر منطقاً حذف می‌شوند



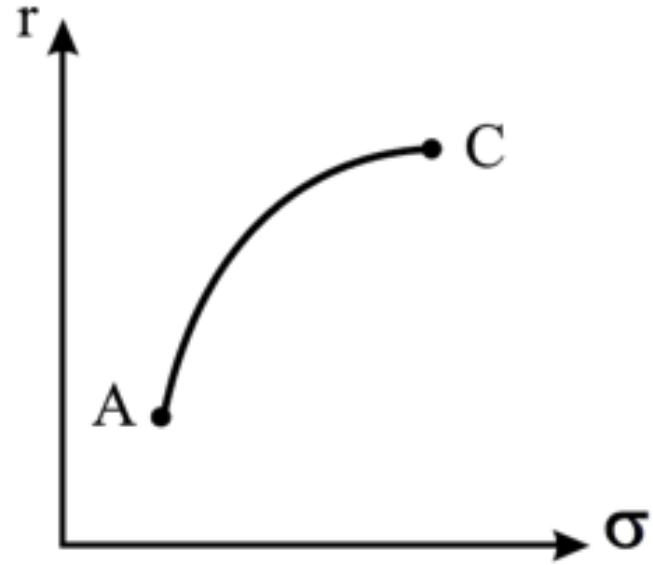
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- **طبق فرض ریسک‌گریزی** همواره بین ۲طرح با بازده برابر قطعاً طرحی را می‌پذیریم که دارای ریسک کمتری
- لذا در شکل در هر سطح از بازده طرح با ریسک کمتر بهتر است و طرح با ریسک بیشتر حذف



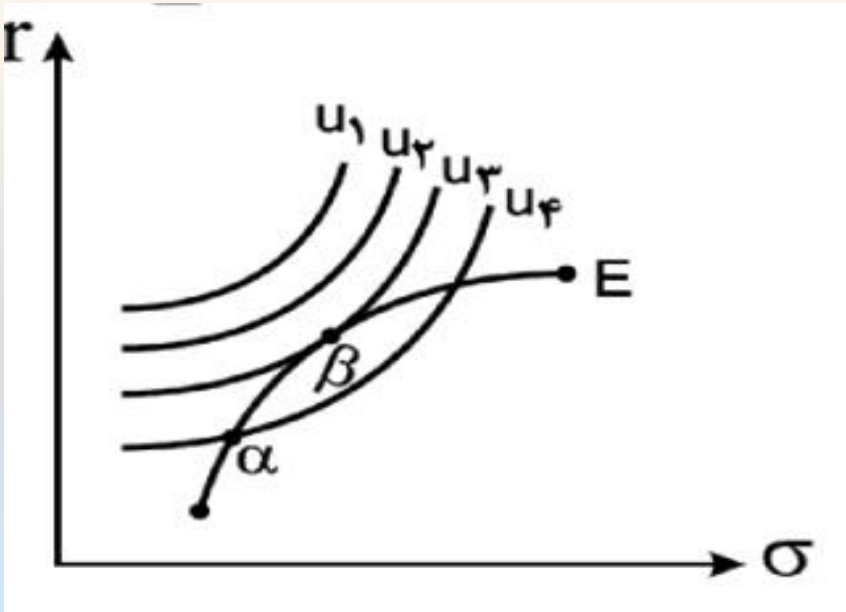
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- شکل بدست آمده به نام **مرز کارای مارکوئیتز**
- این **پرتفوی‌ها بهترین‌ها** هستند؛
- چرا؟؟
  - چون در هر سطح از ریسک بیشترین بازده را دارند و در هر سطح از بازده کمترین ریسک را تحمیل می‌کنند



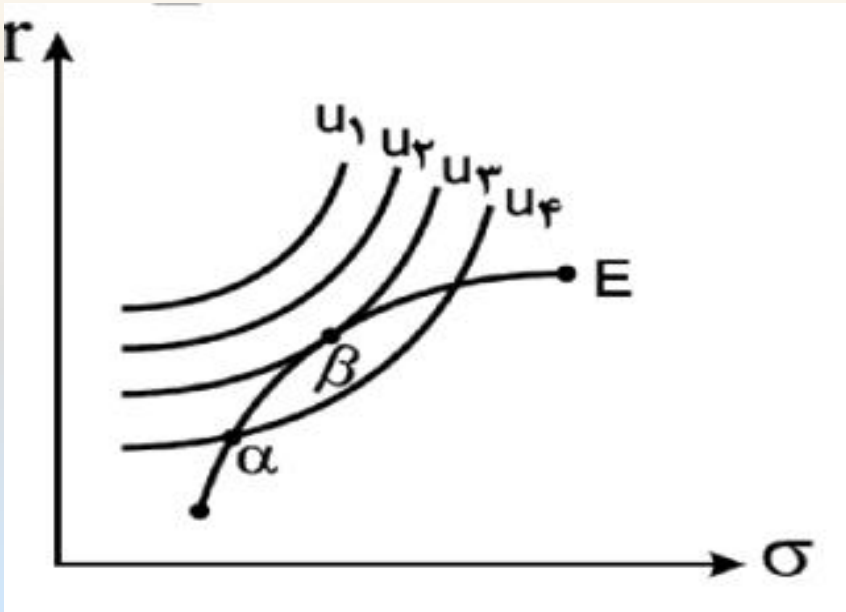
نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- روی مرز کارا بی‌نهایت فرصت سرمایه‌گذاری
- حال برای اینکه بدانیم هر شخص کدام فرصت را انتخاب می‌کند؛ باید منحنی‌های بی‌تفاوتی آن شخص را رسم کنیم.
- بالاترین منحنی بی‌تفاوتی که بر مرز کارا مماس می‌شود؛ نقطه بهینه سرمایه‌گذاری را مشخص می‌کند.



نظریه نوین پرتفوی (MPT)

- در شکل مماس بالاتریت منحنی بی تفاوتی و منحنی کارایی (مرز کارای مارکویتز)
  - نقطه الفا بهینه نیست و نقطه بتا انتخاب می شود
  - منحنی های بی تفاوتی u1 و u2 غیرقابل دسترس
  - **محافظه کارا** سمت چپ و پایین
  - **ریسک پذیرا** (جسورانه) سمت راست و بالا



نظریه نوین پرتفوی (MPT)

معرفی دارایی بدون ریسک

دارایی بدون ریسک دارایی‌ای است که هیچ ریسکی اعم از سیستماتیک و غیرسیستماتیک در آن وجود ندارد و کوواریانس آن با تمام دارایی‌ها صفر

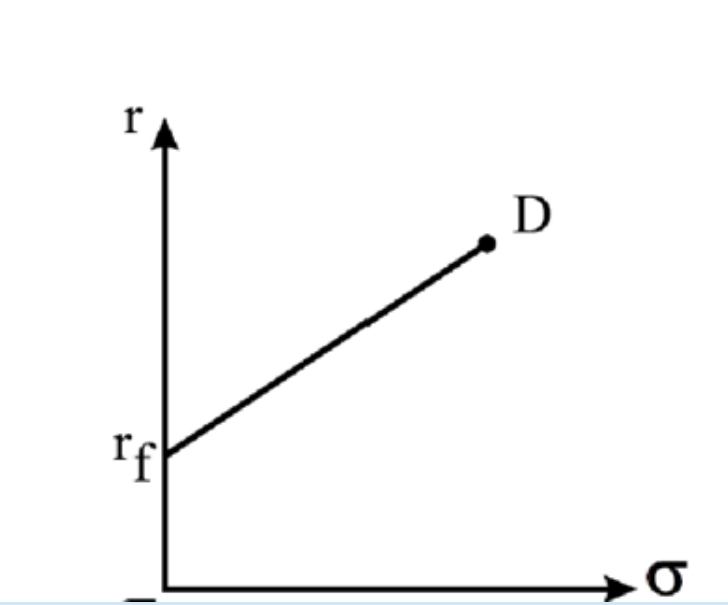
- وقتی با یک دارایی بدون ریسک و یک دارایی ریسکی پرتفوی تشکیل می‌دهیم، بازده پرتفوی مثل گذشته از میانگین وزنی
- ریسک پرتفوی فقط مربوط به قسمت دارایی ریسک‌دار

انحراف معیار دارایی ریسک‌دار × نسبت دارایی ریسک دار در پرتفوی: σ_p

خط تخصیص سرمایه (CAL)

معرفی دارایی بدون ریسک

ترکیبات مختلف از دارایی ریسکی و دارایی بدون ریسک روی یک خط راست قرار می‌گیرد. مکان هندسی دارایی بدون ریسک روی محور عمودی(چرا که انحراف معیار آن صفر است) بوده و با rf نشان داده می‌شود.

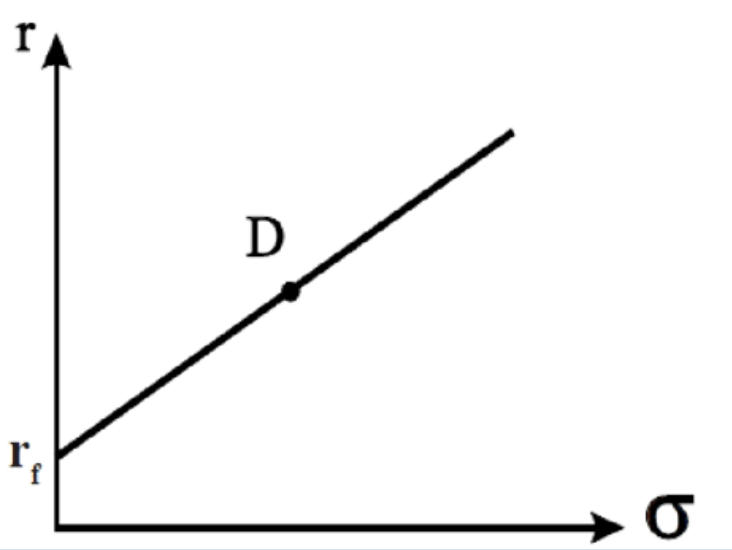


خط تخصیص سرمایه (CAL)

دارایی بدون ریسک بازدهی معادل بازده بدون ریسک ایجاد می‌کند که حداقل بازده است.
بازده یک دارایی ریسکی مثل D در اصل از ۲ قسمت تشکیل شده است.

الف) قسمت بدون ریسک (rf)

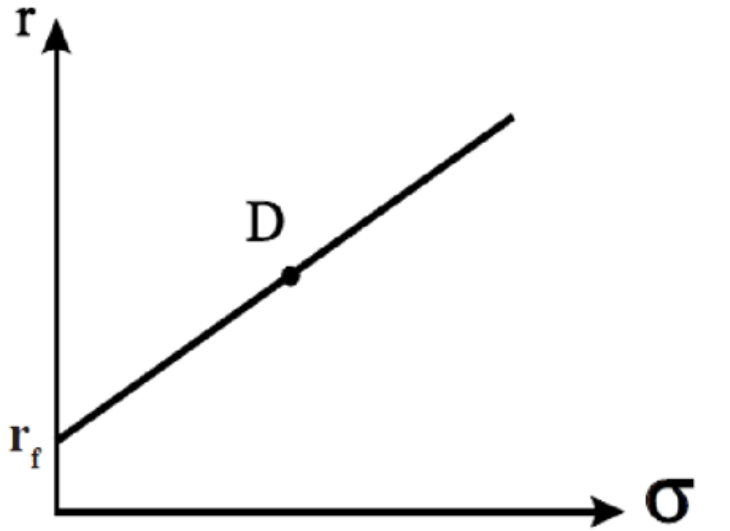
ب) قسمت صرف ریسک (rD - rf)



خط تخصیص سرمایه (CAL)

صرف ریسک

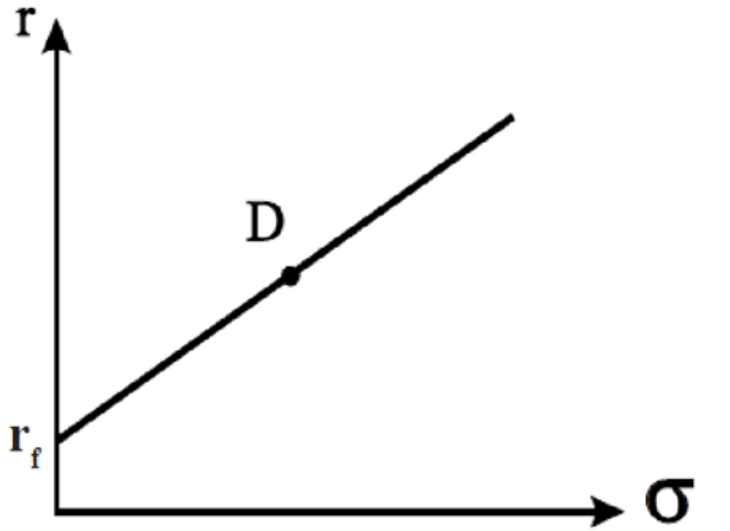
به $(r_D - r_f)$ صرف ریسک دارایی ریسکی D
در اصل به همه دارایی‌ها به اندازه rf بازده داده شده و سپس هر دارایی به اندازه ریسکی که دارد صرفی هم دریافت می‌کند.



خط تخصیص سرمایه (CAL)

اگر فروش استقراضی مجاز باشد می‌توان دارایی بدون ریسک را فروخت و در دارایی ریسکی فرضی D سرمایه‌گذاری

در این حالت قسمت‌های بالاتر از پرتفوی D نیز در دسترس



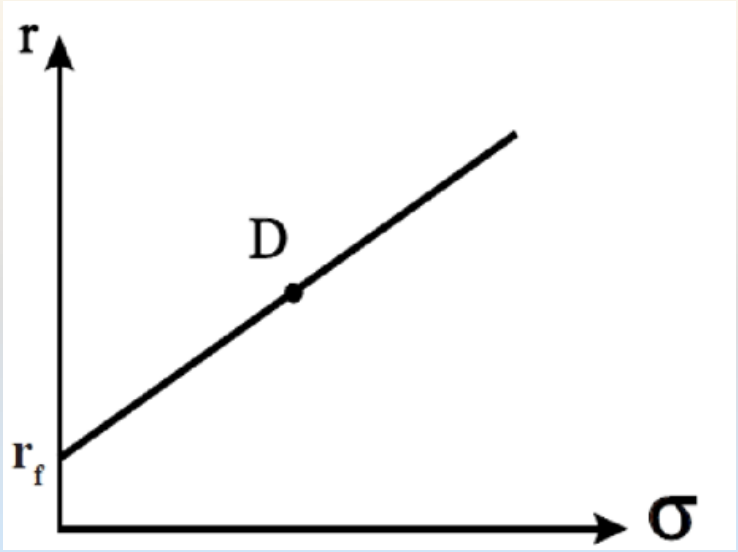
خط تخصیص سرمایه (CAL)

خط تخصیص سرمایه (CAL)

نقاط مختلف روی این خط به ما نشان می‌دهد که سرمایه خود را به چه شکل به دارایی ریسکی و دارایی بدون ریسک تخصیص داده

شیب خط تخصیص سرمایه $\frac{R_T - r_f}{\sigma_T}$

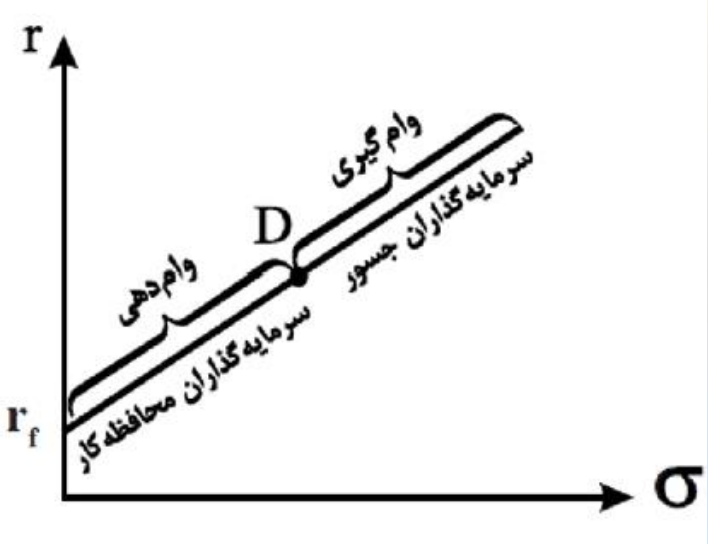
به نوعی نسبت پاداش به‌ریسک
(بازدهی اضافی در مقابل هر واحد ریسک اضافی)



خط تخصیص سرمایه (CAL)

خط تخصیص سرمایه (CAL)

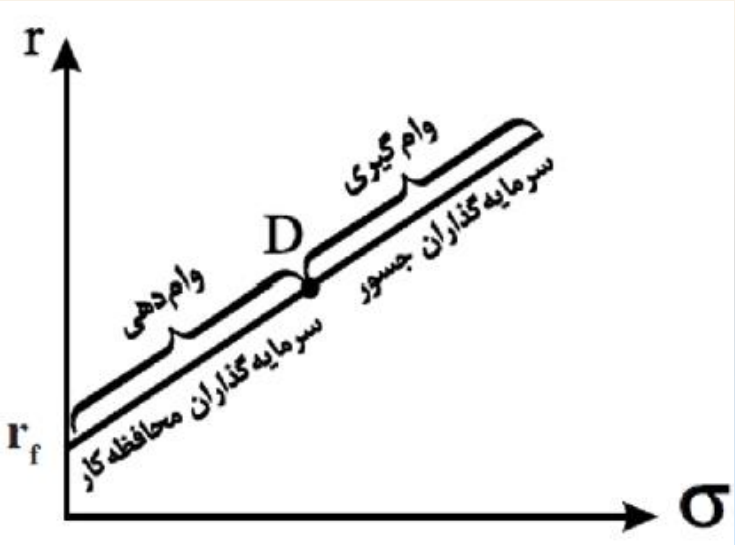
نقاط ما بین rf و Dنشان دهنده پرتفوی‌هایی است که بخشی از آن را دارایی بدون ریسک و بخشی دیگر را دارایی ریسکی D
بخشی از پول در دارایی بدون ریسک است به این بخش‌اصطلاحاً بخش وامدهی گفته می‌شود و ویژه **افراد محافظه‌کار**



خط تخصیص سرمایه (CAL)

خط تخصیص سرمایه (CAL)

نقاط بعد از پرتفوی Dپرتفوی‌هایی هستند که در آنها ما علاوه بر اینکه تمام پول را D خریداری شده؛
دارایی بدون ریسک را نیز استقراضی فروخته و با پول آن مجدداً Dرا خریدخ شده
لذا به این قسمت از خط، قسمت وامگیری می‌گویند
(افراد جسور)



خط تخصیص سرمایه (CAL)

خط تخصیص سرمایه (CAL)

مثال: فرض کنید بازده مورد انتظار و ریسک پرتفوی M به ترتیب برابر ٪۲۰و ٪۸ باشد. در صورتی که سرمایه‌گذار به میزان ۵۰% سرمایه خود در نرخ بازده بدون ریسک ۱۰% اقدام به وام‌گیری نماید و کل سرمایه‌اش را در M سرمایه‌گذاری کند، مطلوب است ریسک و بازده مورد انتظار پرتفوی سرمایه‌گذار.

خط تخصیص سرمایه (CAL)

انحراف معیار دارایی بدون ریسک= صفر

اوزان دارایی یک سبد برابر با ۱ یا ۱۰۰٪

$$x_{r_f} = -\%۵۰$$

$$x_M = ۱ + \%۵۰ = ۱/۵$$

$$R_p = (-\%۵۰ \times \%۱۰) + (۱/۵ \times \%۲۰) = \%۲۵$$

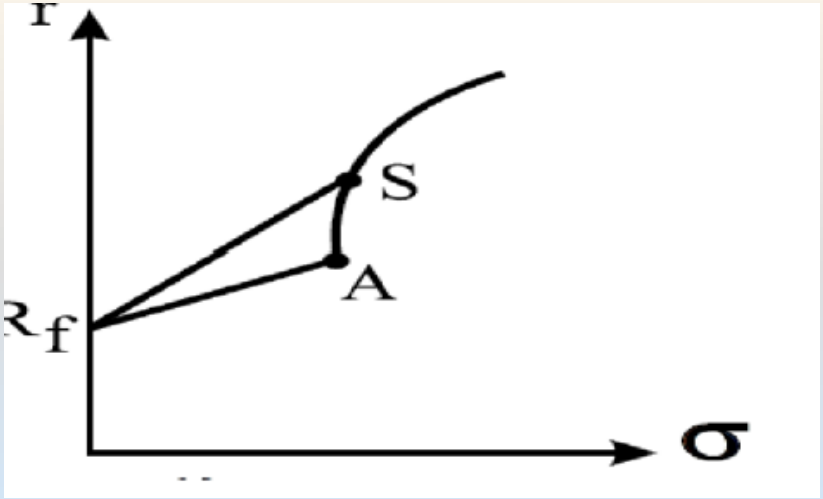
$$\sigma_p = x_M \times \sigma_M = ۱/۵ \times \%۸ = \%۱۲$$

خط تخصیص سرمایه (CAL)

اگر امکان وام دهی و وامگیری در نرخ بدون ریسک را وارد مدل مارکوئیتز

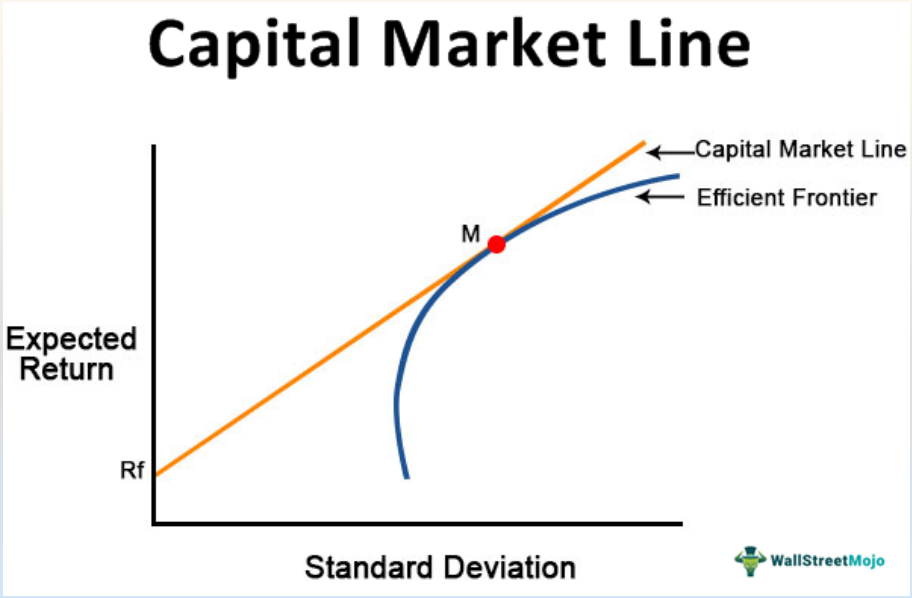
می‌توان میان rfو هر پرتفوی روی مرز کارا یک خط تخصیص رسم کرد (CAL)

که این خطوط تخصیص به معنی **فرصت‌های جدید سرمایه‌گذاری**



خط بازار سرمایه (CML)

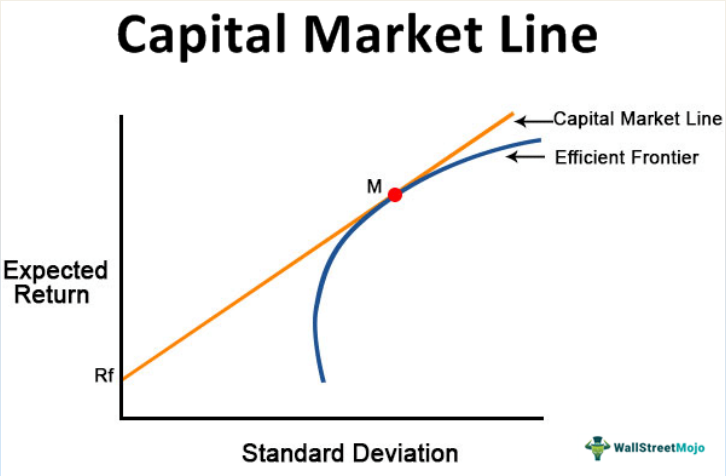
کدام خط تخصیص از سایرین بهتر است؟
مسلماً خط تخصیصی که بالاتر باشد(تا به منحنی بی‌تفاوتی بالاتری مماس)
بالاترین خط تخصیصی که می‌توان میان دارایی بدون ریسک و مرز کارا رسم کرد خطی است که از rfشروع شده و با مرز کارا مماس می‌شود.



خط بازار سرمایه (CML)

نقطه‌ای که این خط با مرز کارا برخورد می‌کند را پرتفوی بازار می‌نامند و با M نشان می‌دهند.

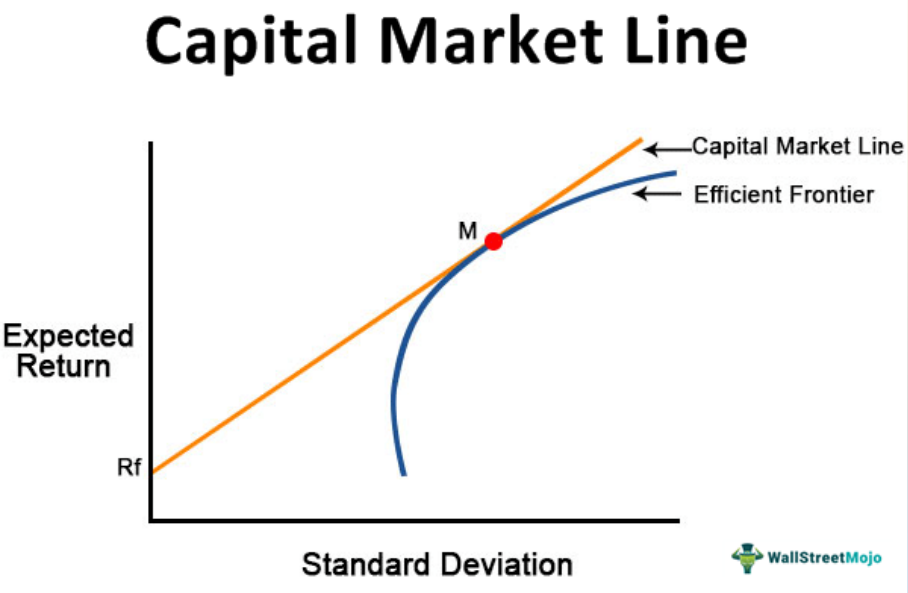
- پرتفوی بازار یعنی پرتفویی که تمام فرصت‌های سرمایه‌گذاری موجود در آن وجود دارد
- این بدان معناست که این پرتفوی به بهترین شکل متنوع شده
- ریسک غیر سیستماتیک کاملاً از بین رفته



خط بازار سرمایه (CML)

این خط تخصیص خاص که دارایی ریسکی آن پرتفوی بازار M می‌باشد را خط بازار سرمایه CML می‌نامند.

یه حالت خاص CAL

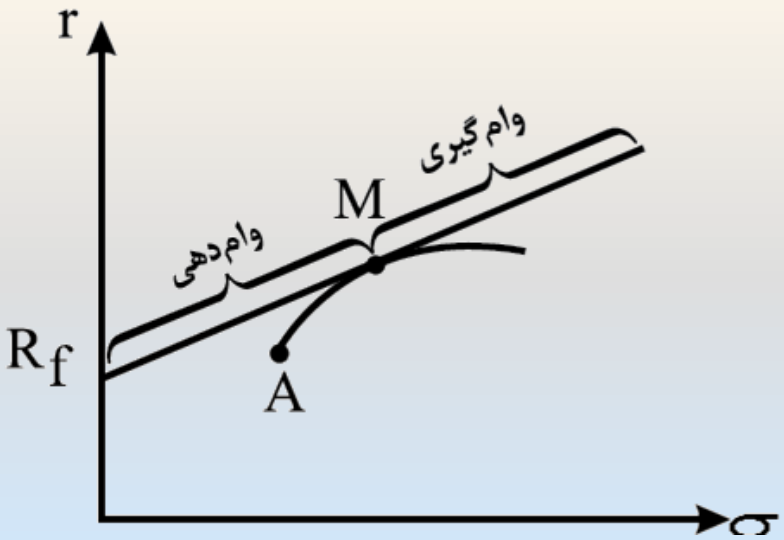


$$E(R_p) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M}\sigma_p$$

خط بازار سرمایه (CML)

اگر امکان وامدهی و وامگیری در نرخ بدون ریسک وجود داشته باشد؛ شکل مرز کارا تغییر خواهد کرد. چرا که خط CMLکلاً بالاتر از مرز کارای مارکوئیتز قرار گرفته و لذا مطلوبیت بالاتری دارد.

اینکه هر سرمایه‌گذار کجای CMLرا برای سرمایه‌گذاری انتخاب می‌کند؛ بستگی به ترجیحات آن فرد دارد.



$$E(R_p) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M}\sigma_p$$

قاعده جداسازی (قضیه تفکیک)

پرتفوی هر سرمایه‌گذار حتماً روی CML خواهد بود ولی اینکه کجای CML

باشد برای هر فرد متفاوت است.

وقتی می‌گوییم همه روی CML خواهند بود یعنی قسمت ریسکی پرتفوی همه از M تشکیل شده و تفاوت در این است که هرکس چقدر M خریده و چقدر Rf.

قضیه تفکیک: تصمیمات مالی از تصمیمات سرمایه‌گذاری جدا

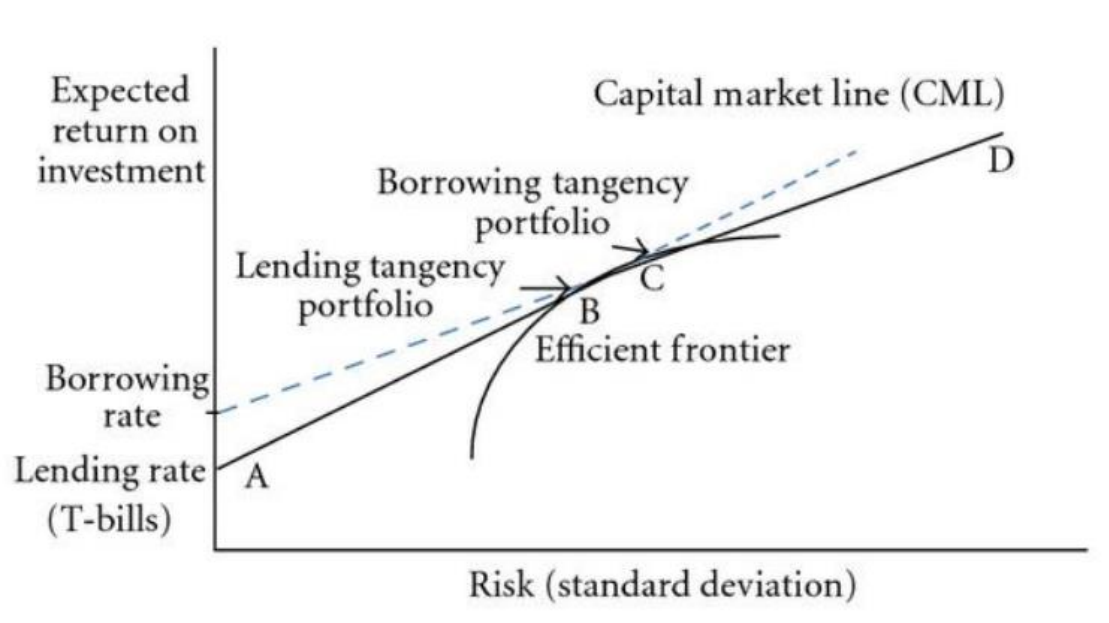
تصمیم سرمایه‌گذاری یعنی اینکه چی بخرم؟ جواب این است که M بخر (برای همه).

ولی تصمیم مالی این است که چقدر M بخرم؟ این برای هر فرد متفاوت می‌باشد.

لذا قسمت ریسکی پرتفوی تمام سرمایه‌گذاران با هم یک شکل است(همه M می‌خرند) ولی وزن قسمت ریسکی پرتفوی‌ها با هم برابر نیست.

خط بازار سرمایه (CML)

در صورتی که نرخ وام دهی و وامگیری متفاوت باشه
از A تا B پرتفوی ریسک دار B و وام دهی در A
از B تا C منحنی قوس دار و انواع سبد که واقع در مرز کارای مارکوئیتز
از C تا D سرمایه گذاران اقدام به وام گیری با نرخی بالاتر



تمرین

- کدام گزینه را می‌توان در اثر تنوع بخشی کاهش داد؟

۱- ریسک نرخ تورم
۲- ریسک عملیاتی
۳- ریسک سیاسی
٤- همه موارد

- در کدام حالت بازده پرتفوی بیشتر از میانگین موزون بازده اوراق موجود در پرتفوی می‌شود؟

۱- همبستگی بین ۲ سهم مثبت باشد.
۲- همبستگی بین ۲ سهم منفی باشد.
۳- همبستگی بین ۲ سهم صفر باشد.
٤- هیچکدام

- ضریب همبستگی بین ۲ سهم برابر ۱+ می‌باشد. واریانس پرتفوی متشکل از این ۲ سهم عبارت است از:

۱- مجذور میانگین موزون انحراف معیارهای این ۲ سهم.
۲- قدرمطلق اختلاف وزنی واریانس ۲ سهم.
۳- میانگین موزون واریانس ۲ سهم
٤- اطلاعات مسأله کافی نیست.

تمرین

۱- گزینه ۲ صحیح است.

ریسکی که می‌توان آن را از طریق تنوع بخشی کاهش داد باید منحصر به سهم خاصی باشد.

گزینه‌های ۱ و ۳ کلیه اوراق موجود در بازار را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

۲- گزینه ٤ صحیح است.

بازده پرتفوی همواره برابر میانگین موزون اوراق موجود در پرتفوی است.

۳- گزینه ۱ صحیح است.

در صورتی که $\rho = +1$ باشد فرمول ریسک به صورت زیر خواهد بود.

$$\sigma_p^2 = x_i^2\sigma_i^2 + x_j^2\sigma_j^2 + 2x_i x_j \sigma_i \sigma_j$$

$$\Rightarrow \sigma^2 P = \left(x_i\sigma_i + x_j\sigma_j\right)^2$$

تمرین

۴- سرمایه‌گذاری پرتفوی خود را به طور مساوی از ۲ سهم A و B تشکیل داده است. در صورت وجود ماتریس واریانس ـ کوواریانس به شرح ذیل ریسک پرتفوی را حساب کنید.

	A	B
A	۰/۸	۰/۱۶
B	۰/۱۶	۰/۶

۱- ۰/۲۳

۲- ۰/۳۳

۳- ۰/۴۳

۴- ۰/۵۳

۴- گزینه ۳ صحیح است.

$$\sigma_p^2 = x_A^2\sigma_A^2 + x_B^2\sigma_B^2 + 2x_A x_B CoV_{(A,B)}$$

$$= \left[(0/5)^2 \times 0/8\right] + \left[(0/5)^2 \times 0/6\right] + \left[2 \times 0/5 \times 0/5 \times 0/16\right] = 0/43$$

تمرین

- کوواریانس بین ۲ سهم با واریانس‌های ٤٪ و ۹٪ برابر ۳٪- می‌باشد. ضریب همبستگی بین ۲ سهم را حساب کنید.

۱- ۰/۱۰۸- ۲- ۰/۱۸-

۳- ۰/۵- ٤- ۰/۸۳-

- با استفاده از ماتریس واریانس ـ کوواریانس مقدار سهم A را در پرتفوی حداقل واریانس مشخص کنید.

	A	B
A	٪۶	-٪۱۲
B	-٪۱۲	۰/۱۵

۱- ٪٦۰ ۲- ٪٤۰

۳- ٪۵۰ ٤- هیچکدام

تمرین

۵- گزینه ۳ صحیح است.

$$\rho = \frac{CoV_{(i,j)}}{\sigma_i \sigma_j} \Rightarrow \rho = \frac{-٪۳}{۰/۲ \times ۰/۳} = -۰/۵$$

۶- گزینه ۱ صحیح است.

$$x_A = \frac{\sigma_B^۲ - CoV_{(A,B)}}{\sigma_B^۲ + \sigma_A^۲ - ۲CoV_{(A,B)}}$$

$$x_A = \frac{٪۱۵ - (-٪۱۲)}{٪۱۵ + ۰/۰۶ - ۲(-٪۱۲)} = \frac{٪۲۷}{٪۴۵} = ٪۶۰$$

تمرین

کدام گزینه در مورد تئوری مارکوئیتز صحیح نیست؟

۱- سرمایه‌گذاران در ازای ریسک معین به دنبال حداکثر نمودن بازدهی هستند.

۲- سرمایه‌گذاران در یک بازدهی معین به دنبال حداقل نمودن ریسک هستند.

۳- تئوری مارکوئیتز با استفاده از ترجیحات سرمایه‌گذاران، پرتفوی بهینه را مشخص می‌کند.

٤- تمام گزینه‌ها صحیح است.

انحراف معیار ۲ سهم A و B به ترتیب ٦ و ۸ درصد و ضریب همبستگی بین ۲ سهم صفر می‌باشد. درصد سرمایه‌گذاری در دو سهم در پرتفوی با حداقل ریسک چقدر است؟

۱- ۳٦٪ و ٦٤٪

۲- ٤۲/۸٪ و ۵۷/۲٪

۳- ٤۰٪ و ٦۰٪

٤- اطلاعات سؤال کافی نیست.

تمرین

گزینه ۳ صحیح است.

تئوری مارکوئیتز یک پرتفوی بهینه را مشخص نمی‌کند بلکه مجموع پرتفوی‌های بهینه

جود در بازار را مشخص می‌کند و لذا پرتفوی بهینه برای هر سرمایه‌گذار متفاوت است.

گزینه ۱ صحیح است.

$$x_a = \frac{\sigma_b^2 - \sigma_a\sigma_b\rho_{(a,b)}}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\sigma_a\sigma_b\rho_{(a,b)}} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_a^2}$$

$$x_a = \frac{64}{64+36} = \%64 \ , \ x_b = 1 - \%64 = \%36$$

تمرین

با استفاده از اطلاعات زیر معادله خط تخصیص سرمایه (CAL) را بنویسید.

$r_f = ٪۵ \quad \bar{r}_a = ٪۲۰ \quad \sigma_a^2 = ٪۹ \quad \beta_a = ۱/۵$

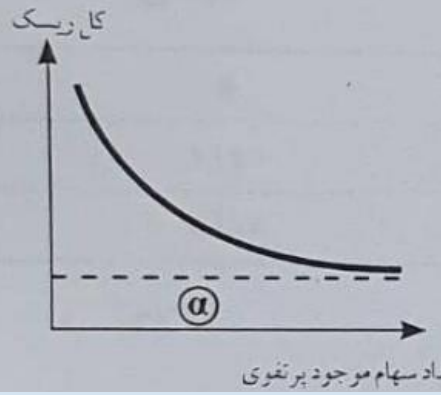
۱- $\bar{r}_p = ٪۵ + ۰/۱\,\beta$

۲- $\bar{r}_p = ٪۵ + ۱/۶\sigma_p^2$

۳- $\bar{r}_p = ٪۵ + ۰/۵\beta$

٤- $\bar{r}_p = ٪۵ + ۰/۵\sigma_p$

- در شکل زیر منطقه "a" معرف کدام یک از ریسک‌های زیر می‌تواند باشد؟



۱- ریسک نقد شوندگی

۲- ریسک تجاری

۳- ریسک مالی (اهرمی)

٤- ریسک نرخ بهره

تمرین

گزینه ٤ صحیح است.

$$\text{شیب CAL} = \frac{r_i - r_f}{\sigma_i} = \frac{\%۲۰ - \%۵}{۰/۳۰} = ۰/۵$$

$$CAL \rightarrow \bar{r}_p = \%۵ + ۰/۵\sigma p$$

گزینه ٤ صحیح است.

نطقه α معرف ریسک سیستماتیک می‌باشد که با تنوع بخشی به پرتفوی قابل کنترل نیست

بین ریسک‌های موجود در سؤال فقط ریسک نرخ بهره یک ریسک سیستماتیک است.

تمرین

- پرتفوی به طور مساوی از ۲ سهم A و B تشکیل شده است. اگر انحراف معیار ۲ سهم به ترتیب برابر ۲۰٪ و ۳۰٪ و کوواریانس بین بازدهی آنها ۶۰٪ باشد، مطلوب است ریسک پرتفوی.

۱- ۰/۲۵ ۲- ۲۴٪

۳- ۲۶٪ ۴- ۲۸٪

- واریانس ۲ سهم برابر ۰/۱۶ و ۰/۲۵ می‌باشد. در صورتی که همبستگی حاکم بین آنها معکوس کامل باشد. وزن هر سهم پرتفوی را با حداقل ریسک بیان کنید.

۱- ۰/۵۵ -۰/۴۵ ۲- ۰/۳۹ -۰/۶۱

۳- ۰/۵۲ -۰/۴۸ ۴- ۰/۵۸ -۰/۴۲

تمرین

گزینه ۱ صحیح است.

$$\rho = \frac{CoV}{\sigma_a \sigma_b} = \frac{۰/۶}{۰/۲ \times ۰/۳} = ۱$$

ا در یک پرتفوی برابر میانگین موزون ریسک ۲ سهم می‌باشد.

$$\sigma_p = x_a \sigma_a + x_b \sigma_b = (۰/۵ \times ۰/۲) + (۰/۵ \times ۰/۳) = ۰/۲۵$$

گزینه ۱ صحیح است.

$$x_a = \frac{\sigma_b}{\sigma_a + \sigma_b} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sqrt{۰/۱۶} = ۰/۴ \\ \sigma_b = \sqrt{۰/۲۵} = ۰/۵ \end{cases}$$

تمرین

- اگر سرمایه‌گذاری معادل ۳۰٪ سرمایه‌اش از دارایی بدون ریسک با بازده ۱۰٪ به طور استقراضی بفروشد و تمام وجوه در اختیارش را در دارایی با ریسک و بازده ۰/۱۵ و ۲۰٪ سرمایه‌گذاری کند. مطلوب است محاسبه ریسک و بازده پرتفوی سرمایه‌گذار؟

۱- ۰/۱۵-۲۰/۲۳

۲- ۱۹/۵٪-۲۶٪

۳- ۱۹/۵٪-۲۳٪

٤- اطلاعات کافی نیست.

$$R_p = (-\%30 \times 10) + (1/3 \times \%20) = \%23$$

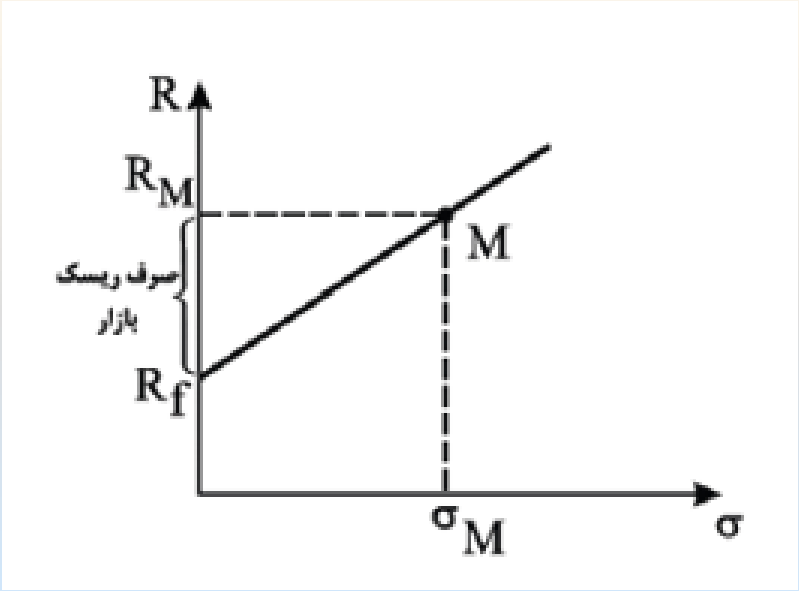
$$\sigma_p = 1/3 \times \%15 = \%19/5$$

مدل های تعادلی

مدل های تعادلی نشان دهنده یک موقعیت در زمانی که بازار در وضعیت تعادل

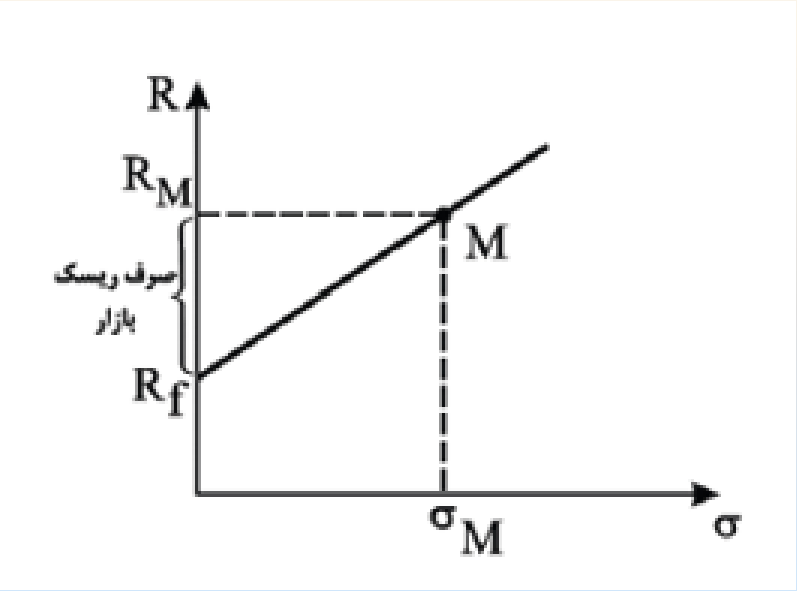
خط بازار سرمایه (CML)

- اگر سرمایه گذاران قادر به وام گیری و وام دهی نرخ بدون ریسک، مرز کارا= CML
- شیب= قیمت تعادلی ریسک در بازار
- این خط نشان دهنده حالت تعادلی در بازار کارا
- سبدهای سرمایه گذاری کارا روی این خط
- شیب= نسبت شارپ



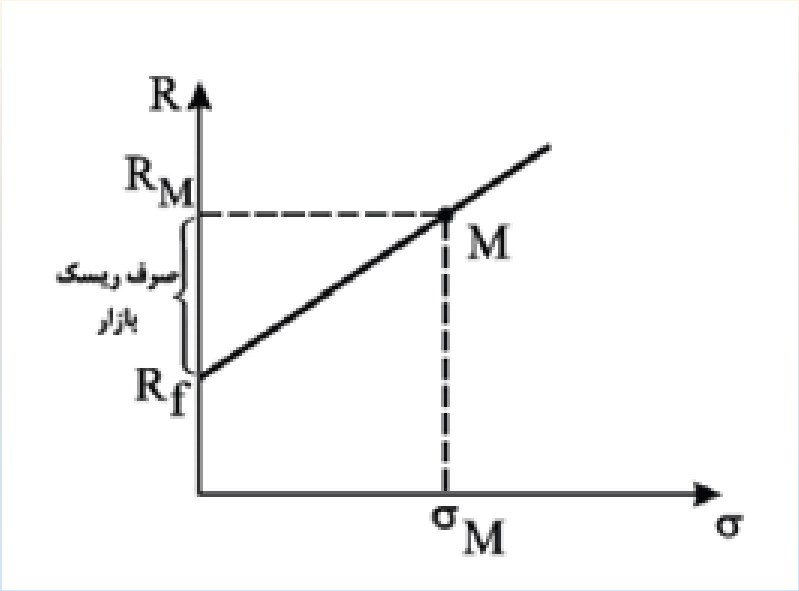
خط بازار سرمایه (CML)

- خط بازار سرمایه یک الگوی تعادلی
- همیشه شیب مثبت(رو به بالا) دارد؛ چرا که به طور منطقی ما انتظار داریم در ازاء تحمل ریسک بیشتر، کسب بازده بیشتری
- اما اگر CMLرا با استفاده از داده های تاریخی(یعنی داده های واقعی مربوط به گذشته) رسم شود؛ ممکن است دارای شیب صفر یا حتی منفی



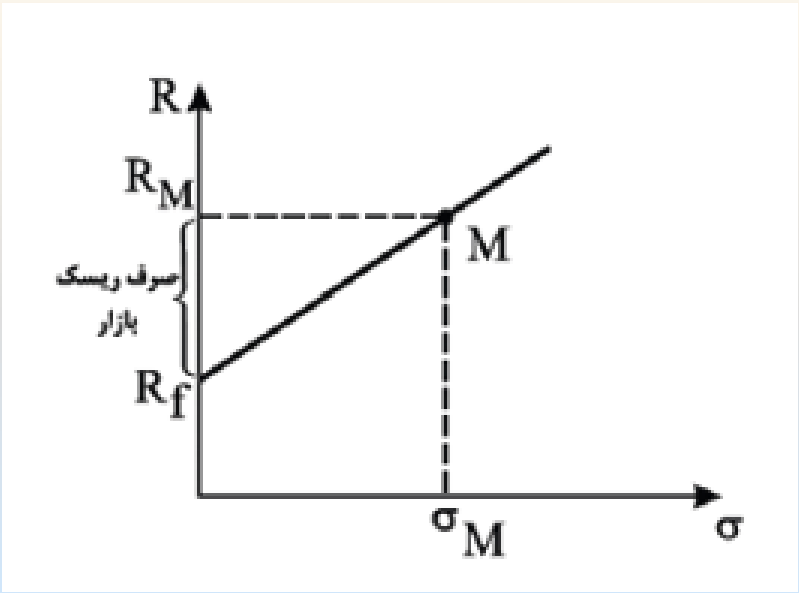
خط بازار سرمایه (CML)

- یعنی با افزایش ریسک، بازده مورد انتظار افزایش پیدا می‌کند ولی لزوماً بازده واقعی افزایش نخواهد یافت.
- کلیه پرتفوی‌های کارا روی CML
- سایر پرتفوی‌ها پایین‌تر از CML
- در شرایط مورد انتظار هیچ پرتفویی بالاتر از CML نیست



خط بازار سرمایه (CML)

- شیب CML بیانگر **قیمت تعادلی ریسک**
- به عبارت دیگر شیب CML بیان می‌کند که بازار در ازاء یک واحد ریسک بیشتر چند واحد بازده مورد انتظار را افزایش
- شیب برابر با ۰.۳ یعنی به ازای هر ۱ درصد افزایش ریسک به میزان ۰.۳ درصد تقاضای افزایش بازدهی



- معادله CML

$$E(R_p) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M}\sigma_p$$

بتا

ریسک:

- ریسک کل شامل سیستماتیک و غیرسیستماتیک (انحراف معیار)
- سیستماتیک (بتا)

اصل ریسک سیستماتیک

- پاداش پذیرش ریسک، صرفا بسته به ریسک سیستماتیک
- زیرا با متنوع سازی ریسک غیرسیستماتیک قابل حذف پس پاداشی ندارد

* صرف نظر از مقدار ریسک کل، فقط ریسک سیستماتیک در تعیین بازدهی موردن انتظار

بتا

- سنجه ریسک از نوع حساسیت
- نشان دهنده ریسک دارایی یا پرتفوی نسبت به پرتفوی بازار
- مقیاسی از ریسک سیستماتیک

$$\beta_i = \frac{\mathrm{Cov}(r_i, r_m)}{\mathrm{Var}(r_m)}$$

β_i = market beta of asset i

Cov = covariance

Var = variance

r_m = average expected rate of return on the market

r_i = expected return on an asset i

بتا

$$\beta_i = \frac{\mathrm{Cov}(r_i, r_m)}{\mathrm{Var}(r_m)}$$

β_i = market beta of asset i

Cov = covariance

Var = variance

r_m = average expected rate of return on the market

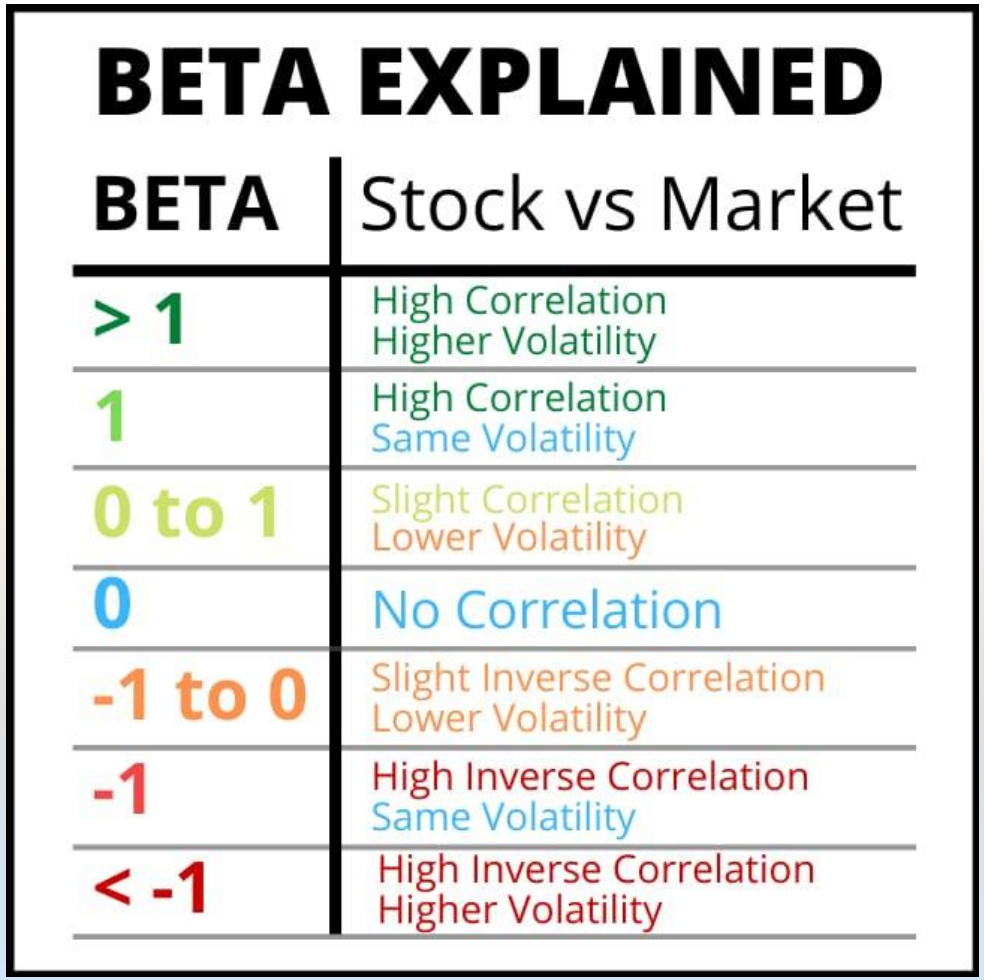
r_i = expected return on an asset i

$$\beta = \frac{covariance_{x,y}}{variance_x}$$

$$Now\ \rho_{xy} = \frac{covariance_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$Which\ implies\ \beta = \rho_{xy} . \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

بتا


BETA EXPLAINED
BETA
Stock vs Market
> 1
High Correlation
Higher Volatility
1
High Correlation
Same Volatility
0 to 1
Slight Correlation
Lower Volatility
0
No Correlation
-1 to 0
Slight Inverse Correlation
Lower Volatility
-1
High Inverse Correlation
Same Volatility
< -1
High Inverse Correlation
Higher Volatility

بتا

دارایی	σ	β
A	٪ ۴۰	۰/۵
B	۰/۲۰	۱/۵

ریسک کدام یک بیشتر است؟

ریسک سیستماتیک کدام یک بیشتر است؟

ریسک غیرسیستماتیک کدام یک بیشتر است؟

صرف ریسک کدام یک بیشتر است؟

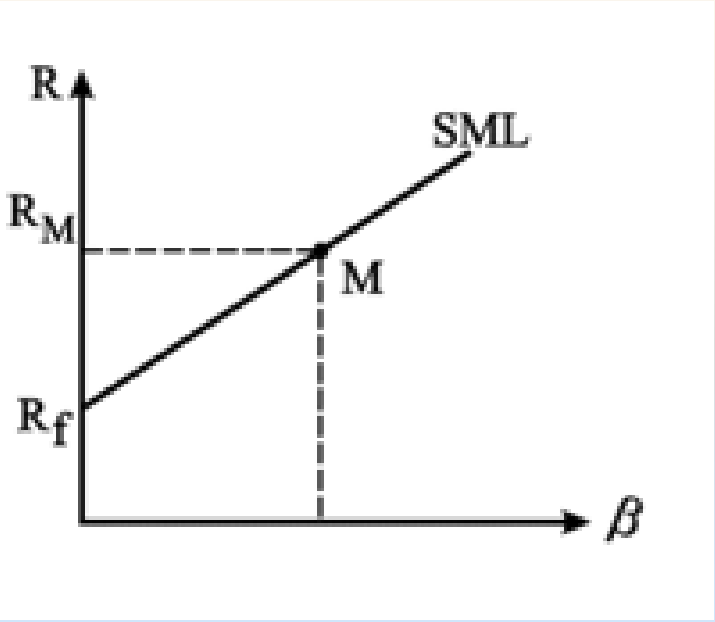
خط بازار اوراق بهادار (SML)

- طبق اصل ریسک سیستماتیک، صرف ریسک فقط به تحمل ریسک سیستماتیک (یا همان بتا) تعلق گرفته
- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز همیشه با ایجاد پرتفوی، ریسک غیر سیستماتیک خود را از بین می‌برند
- لذا بازده سرمایه‌گذاری‌ها صرفاً بر اساس ریسک سیستماتیک آنها مورد ارزیابی

خط بازار اوراق بهادار (SML)

برای نشان دادن رابطه ریسک سیستماتیک و حداقل بازده مورد انتظار می‌توان از نموداری به صورت زیر:

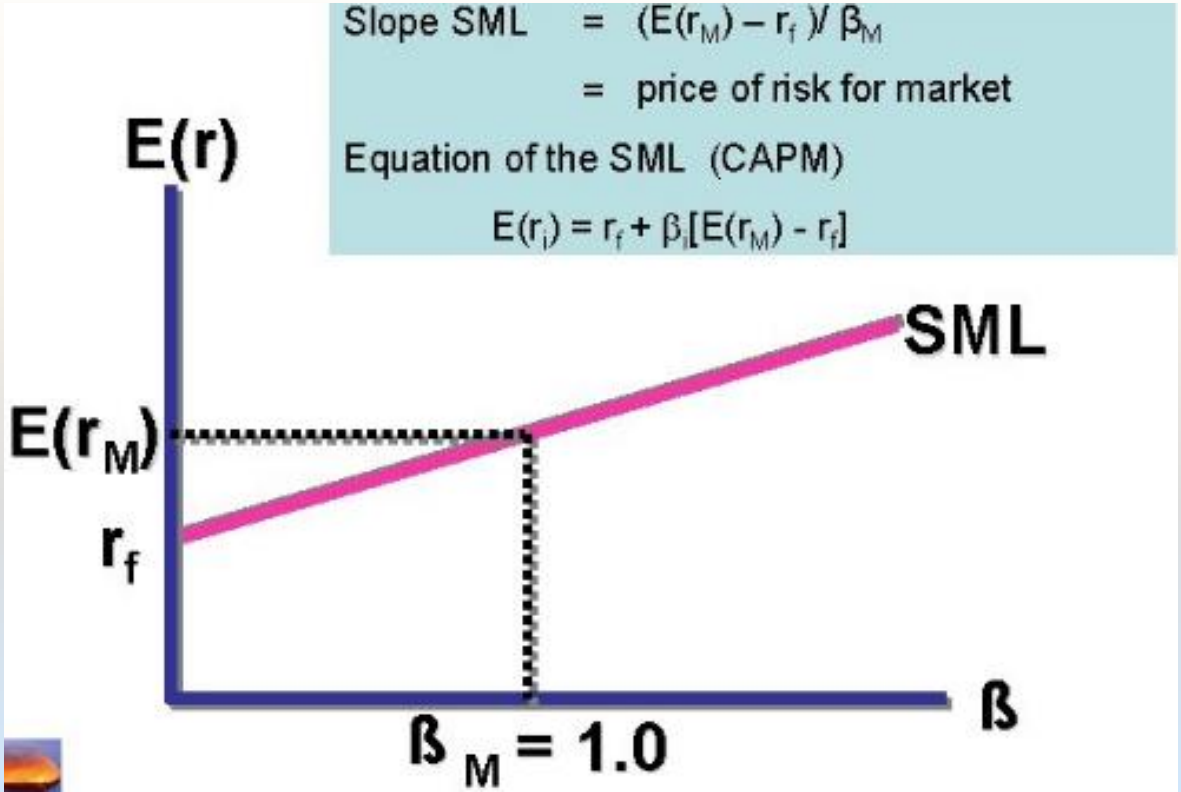
- خط بازار اوراق بهادار می‌نامند
- ریسک سیستماتیک و حداقل بازده مورد انتظار(یاهمان بازده مورد توقع)
- برای تمامی دارایی‌ها
  - اعم از پرتفوی‌های بهینه (کارا)
  - غیر بهینه (ناکارا)
  - دارایی‌های منفرد



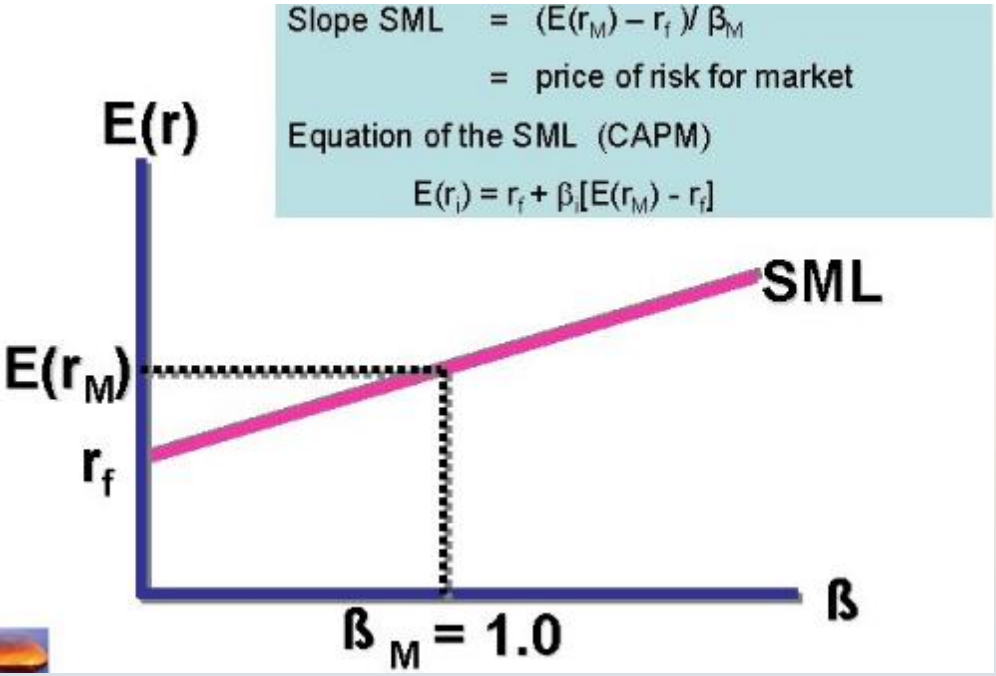
خط بازار اوراق بهادار (SML)

معادله خط بازار اوراق بهادار

$$\text{SML Equation} = r_f + B\,(r_m - r_f)$$



خط بازار اوراق بهادار (SML)



نکات مهم

نکته: بتای پرتفوی بازار همیشه یک می‌باشد چرا که بیانگر حساسیت بازار به بازار است.

نکته: بتای هر پرتفوی بیانگر میانگین وزنی بتاهای اوراق موجود در پرتفوی است.

نکته: معادله خط بازار اوراق بهادار (SML)را اصطلاحاً مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) حداقل بازده مورد انتظار را برای هر سطح از ریسک سیستماتیک (β)

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]$$

$E(R_i)$ = expected return on an asset i

R_f = risk-free rate

β_i = beta of asset I; a measure of systematic risk

$E(R_M)$ = expected return on the market portfolio that contains all assets

$E(R_M) - R_f$ = Market risk premium, a measure of the excess return of the market portfolio over the risk-free rate

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

فرمول بر حسب β ، روش سومی برای محاسبه بتا :

$$\beta = \frac{R_i - R_f}{R_M - R_f} = \frac{\text{صرف ریسک دارایی}}{\text{صرف ریسک بازار}}$$

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای بر ۸ فرض استوار است:

۱- هدف همه سرمایه‌گذاران حداکثر ساختن مطلوبیت مورد انتظار آخرین واحد ثروت است.

۲- سرمایه‌گذاران انتخاب های خود را براساس ریسک (واریانس) و بازده هر پرتفوی انجام می‌دهند.

۳- سرمایه‌گذاران انتظارات همگنی در خصوص ریسک و بازده دارند.

۴- افق زمانی سرمایه‌گذاران با هم برابر است.

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای بر ۸ فرض استوار است:

۵- اطلاعات به طور همزمان در دسترس همه سرمایه‌گذاران قرار می‌گیرد.

۶- دارایی بدون ریسک وجود دارد و وام دهی و وام گیری در نرخ بدون ریسک آزاد است.

۷- هیچ محدودیت بازاری همانند انواع مالیات و هزینه مبادلاتی و ... وجود ندارد.

۸- تمامی دارایی‌ها قابل خرید و فروش و تقسیم‌پذیرند.

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

نرخ بازده مورد توقع:

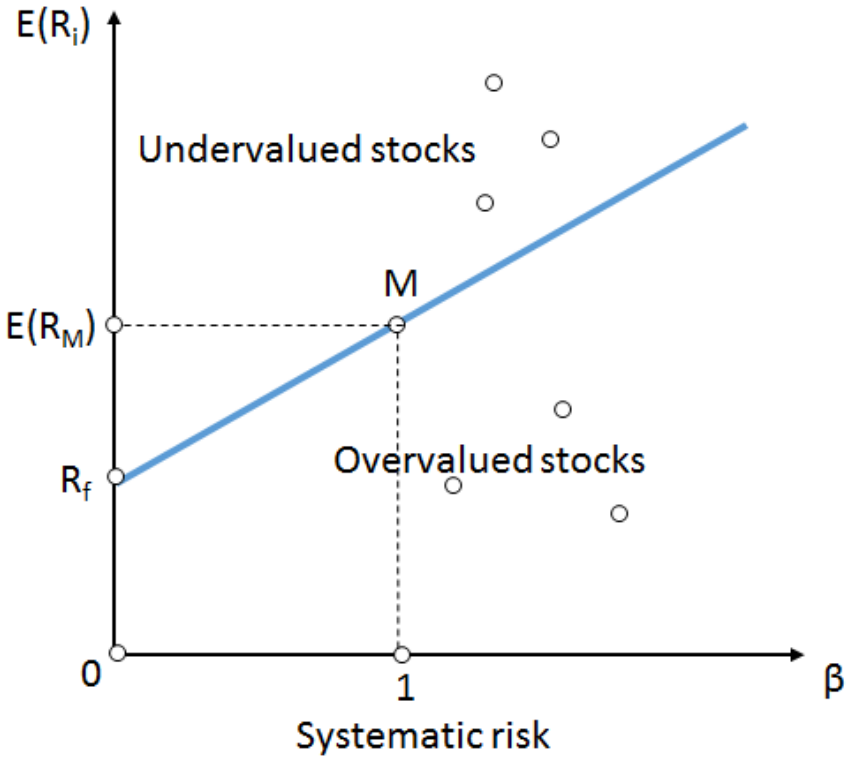
- بازدهی که با توجه به ریسک پرتفوی یا سهم از آن توقع داریم
- حداقل نرخ بازده مورد انتظار که انگیزه لازم برای خرید

نرخ بازده مورد انتظار:

با توجه به اطلاعات و تخمین آینده، انتظار دستیابی به آن

** CAPM نرخ بازده مورد توقع (حداقل نرخ بازده مورد انتظار) محاسبه می کند.

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

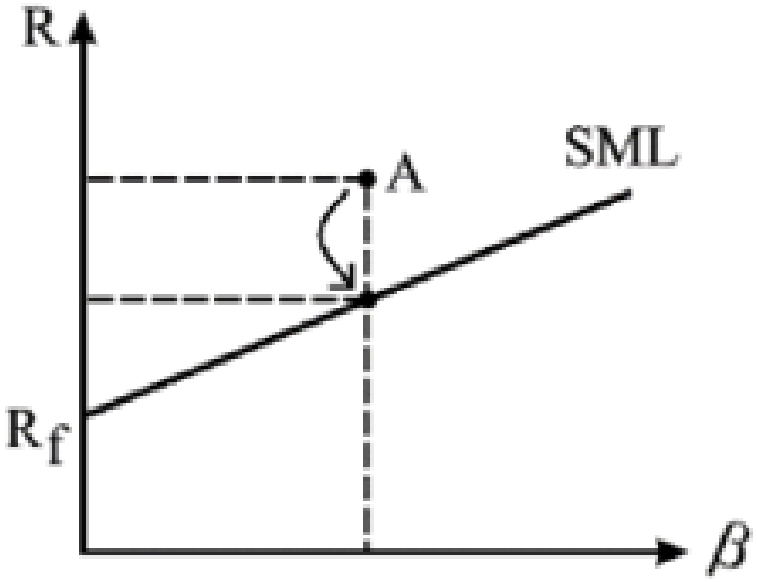


ارزان یا زیر ارزش ذاتی (undervalue)

اگر سهم یا پرتفویی بالاتر از خط SML قرار گیرد(یعنی انتظار برود بیش از حداقل بازده مورد انتظار بازدهی داشته باشد)؛اصطلاحاً می‌گوییم ارزان است

- نرخ بازدهی مورد انتظار بالاتر از نرخ بازدهی مورد توقع
- سودآوری خارج از عرف

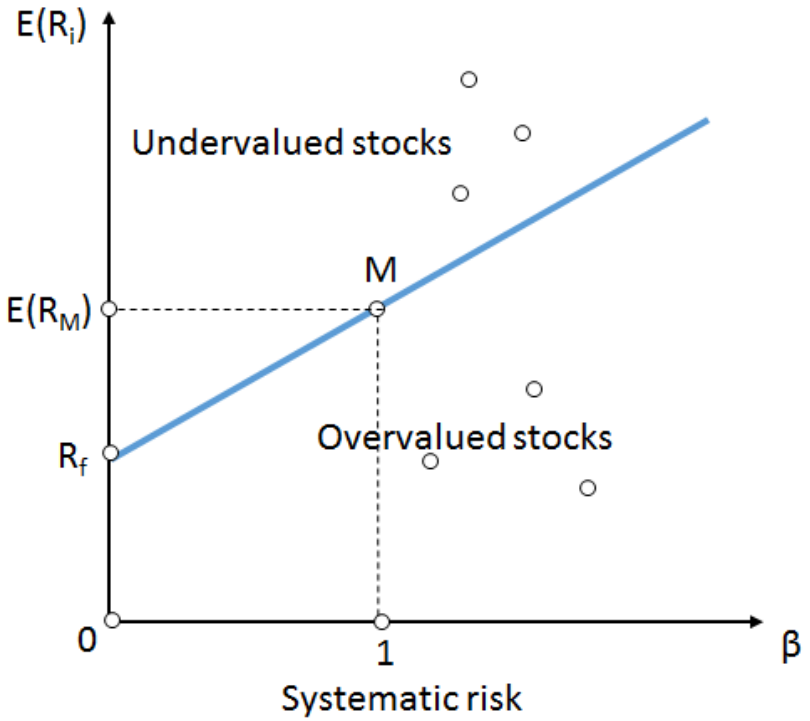
مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)



ارزان یا زیر ارزش ذاتی (undervalue)

- بزودی مورد استقبال سرمایه‌گذاران قرار می‌گیرد و قیمتش افزایش می‌یابد.
- با افزایش تقاضا برای چنین دارایی‌ای رفته رفته قیمت خرید آن افزایش می‌یابد
- با افزایش قیمت خرید دارایی، بازده دارایی کاهش می‌یابد و روی SML قرار می‌گیرد.

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

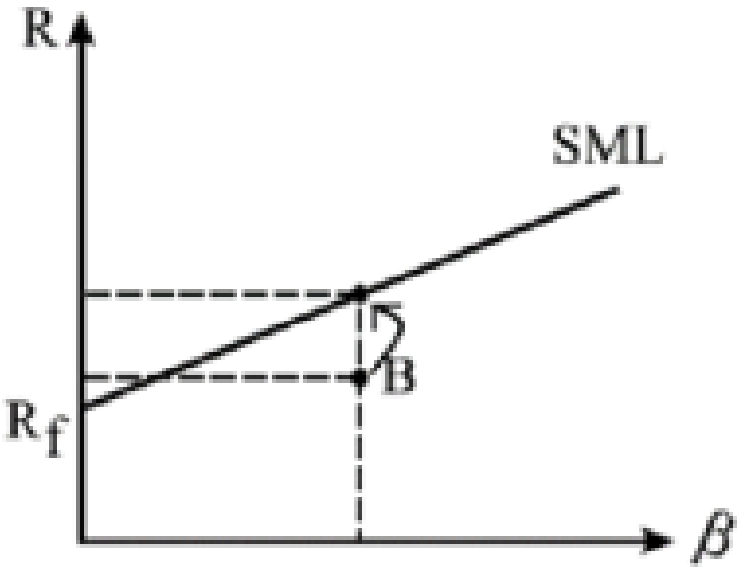


گران یا بالای ارزش ذاتی (Overvalue)

اگر سهم یا پرتفویی پایین تر از خط SML قرار گیرد(یعنی انتظار برود کمتر از حداقل بازده مورد انتظار بازدهی داشته باشد)؛اصطلاحاً می‌گوییم گران است.

- نرخ بازدهی مورد انتظار کمتر از نرخ بازدهی مورد توقع
- بالا قیمت گذاری شده

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)



گران یا بالای ارزش ذاتی (Overvalue)

- این دارایی برای فروش استقراضی مناسب است
- بزودی تقاضا برای آن از سوی سرمایه‌گذاران کم خواهد شد و رفته رفته با کاهش تقاضا، قیمت آن نیز کم می‌شود.
- با کم شدن قیمت خرید دارایی، بازده دارایی افزایش یافته و دارایی روی SMLقرار می‌گیرد

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

- لذا در بلندمدت تمام دارایی‌ها روی SML قرار می‌گیرند. (تعادل)
- نکته: در شرایط تعادل نسبت پاداش به ریسک تمام دارایی‌ها برابر

$$\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} = \frac{\bar{R}_j - R_f}{\beta_j}$$

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

- مشخص است که سطح بازده مورد انتظار هر دارایی با بتای (β) آن رابطه مستقیم دارد

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]$$

$E(R_i)$ = expected return on an asset i

R_f = risk-free rate

β_i = beta of asset I; a measure of systematic risk

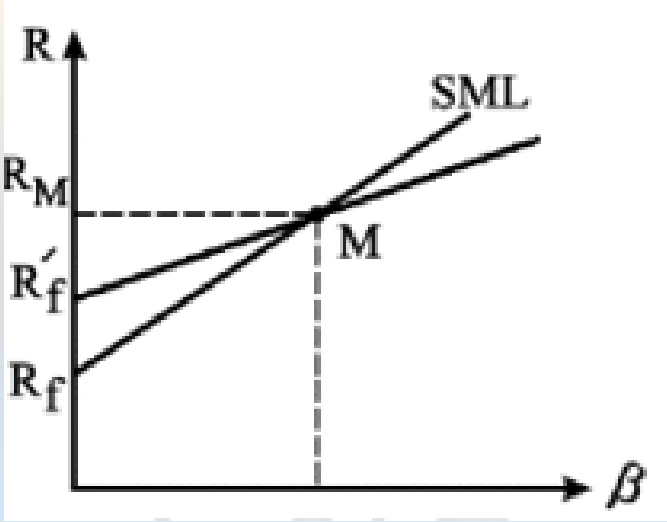
$E(R_M)$ = expected return on the market portfolio that contains all assets

$E(R_M) - R_f$ = Market risk premium, a measure of the excess return of the market portfolio over the risk-free rate

مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

- با افزایش نرخ بازده بدون ریسک بازده مورد انتظار

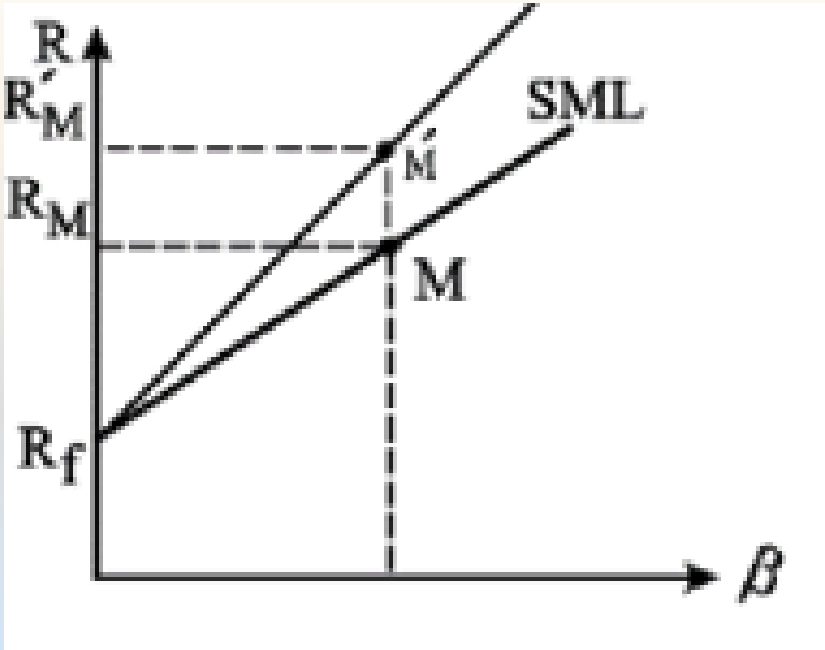
- سهم‌های با بتای کمتر از یک افزایش
- بازده مورد انتظار سهم‌های با بتای بزرگتر از یک کاهش



مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای (CAPM)

با افزایش نرخ بازده بازار، بازده مورد انتظار تمام سهم‌ها بیشتر می‌شود

ولی بازده مورد انتظار سهم‌های با بتای بیشتر از یک رشد بیشتری خواهند داشت.



مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

- یک مدل قیمتگذاری همانند CAPM جهت برآورد بازدهی مورد انتظار
- رابطه میان بازدهی مورد انتظار و ریسک
- دارای رویه و مفروضات متفاوت
- این مدل ضرورتا به پرتفوی بازار (M) که تنها عامل اثرگذار بر بازده مورد توقع است، وابسته نیست (برعکس CAPM)
- تصورآن، عوامل مختلفی موثر بر ریسک

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

- ✓ مدل APT استوار بر "قانون قیمت واحد" (Law of One Price)

"قانون قیمت واحد"

- طبق این قانون دو دارایی میشابه (با ریسک برابر) نمی توانند با قیمت های متفاوت فروخته شوند!

آربیتراژ: قیمت گذاری نادرست ورقه بهاداری که سود بدون ریسک ایجاد میکند

فرصت آربیتراژ

- پرتفویی با حجم صفر به نحوی که سودی مطمئن (بدون ریسک) بدست آید.
- پرتفوی با حجم سرمایه گذاری صفر یعنی به پول خود نیاز ندارد
- زمانی به وجود می آید که قانون قیمت واحد رعایت نگردد
- یک دارایی با قیمت های متفاوت

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

سوال) فرض کنید دارایی A و دارایی B هر دو ریسکی برابر دارند ولی بازده دارایی Aهمواره ۵٪ بیشتر از بازده دارایی B است. در این وضعیت می‌توان با سرمایه‌گذاری صفر ریالی و ریسک صفر کسب سود کرد. چگونه؟

- ✓ با فروش استقراضی سهم B و خرید سهم A (با وجوه حاصل از فروش استقراضی سهم B)، به این کار آربیتراژ و به این شرایط فرصت آربیتراژ می‌گویند.
- ✓ سرمایه‌گذاران برای استفاده از فرصت آربیتراژ از طرفی شروع به فروش سهم B می‌کنند که این مورد خود موجب کاهش قیمت خرید سهم B شده و رفته رفته بازده آن افزایش می‌دهد. از طرف دیگر شروع به خرید سهم A می‌کنند که این خود موجب افزایش قیمت خرید سهم A شده و رفته رفته باعث کاهش بازده سهم A می‌شود. با کاهش بازده A و افزایش بازده B اختلاف ۵ درصدی از بین رفته و فرصت آربیتراژ بسته می‌شود.

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

✓ طبق مدل APT، قیمت های تعادلی در نهایت باعث حذف فرصت های آربیتراژ

مفروضات APT

۱) هدف همه سرمایه‌گذاران حداکثر ساختن مطلوبیت مورد انتظار آخرین واحد ثروت است. (سرمایه گذاران به دنبال بازدهی متناسب با ریسک، ریسک گریز)

۲) دارایی بدون ریسک وجود دارد و وام دهی و وام گیری در نرخ بدون ریسک آزاد است.

۳) هیچ محدودیت بازاری همانند انواع مالیات و هزینه مبادلاتی و ... وجود ندارد.

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مفروضات APT

۴)سرمایه گذاران بر تعداد و همچنین تعیین عوامل اثرگذار بر قیمت دارایی، دارای توافق هستند.

۵)هیچ گونه فرصت آربیتراژ (بدون ریسک) وجود ندارد.

** سه فرض اول مشترک با CAPM
*** در این مدل فرض می شود بازده دارایی ها به صورت خطی بر مجموعه ای از عوامل تاثیر گذار مرتبط است.

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

استخراج مدل APT

این مدل فرض می کند، بازده دارایی به صورت تصادفی تحت تاثیر n عامل که بهدین صورت است:

$$r_i = R_f + \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \ldots + \beta_n f_n + e_i$$

- ✓ F: عوامل، عموما به صورت صرف ریسک (نرخ بهره بدون ریسک کسر شود)
- ✓ β: حساسیت سهم i به هر عامل
- ✓ R_f : نرخ بازده بدون ریسک
- ✓ ei جز خطا (سایر عوامل= ریسک پسمند= ریسک غیرسیستماتیک= عامل خاص شرکتی)

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

شرکت نوریست بتای تولید ناخالص داخلی برابر با ۱/۲ دارد و بتای نرخ بهره این شرکت ۰/۳- است. فرض کنید صرف ریسک برای هر واحد از در معرض بودن به تولید ناخالص داخلی ۶ درصد است، در حالی که صرف ریسک برای هر واحد از در معرض بودن به نرخ بهره ۷- درصد است. صرف ریسک کل سبد سرمایه گذاری نوریست باید برابر با مجموع صرف ریسک مورد انتظار برای هر منبع از ریسک سیستماتیک باشد. اگر نرخ بدون ریسک ۴ درصد باشد ، بازده کل شرکت به صورت زیر خواهد بود :

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

نرخ بدون ریسک	%4
صرف ریسک برای در معرض بودن به تولید ناخالص داخلی	%7/2
صرف ریسک برای در معرض بودن به نرخ بهره	%2/1
بازده کل مورد انتظار	%13/3

در نتیجه

$$E(r) = 4\% + 1/2 \times 6\% + (-0/3) \times (-0/7\%) = 13/3\%$$

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

$$R_i = E(R_i) + \beta_{iGDP} GDP + \beta_{iIR} IR + e_i$$

R_i = Excess return for security i

β_{GDP} = Factor sensitivity for GDP

β_{IR} = Factor sensitivity for Interest Rate

e_i = Firm specific events

مدل قیمت گذاری آربیتراژ (APT)

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

- Example: Suppose two factor Portfolio 1, 2,

$$E(r_1)=10\%, E(r_2)=12\%$$

- Risk-free rate=4%
- Consider a well-diversified portfolio A ,with beta on the two factors

$$\beta_{A1}=0.5, \beta_{A2}=0.75$$

- Multifactor APT states that the overall risk premium on portfolio A must equal the sum of the risk premiums required as compensation for each source of systematic risk
- Total risk premium on the portfolio A:

$$\beta_{A1}\left(E(r_1)-r_f\right)+\beta_{A2}\left(E(r_2)-r_f\right)$$

$$=0.5*(10\%-4\%)+0.75*(12\%-4\%)=9\%$$

- Total return on the portfolio A: 9%+4%=13%

نمونه سوال

شیب خط بازار سرمایه (CML) بیانگر چیست؟

۱- بتا (ریسک سیستماتیک)

۲- انحراف معیار (ریسک کل)

۳- قیمت تعادلی ریسک

٤- هیچکدام

شیب خط بازار سرمایه طبق داده‌های تاریخی .....

۱- همواره رو به بالا می‌باشد (مثبت است)

۲- همواره رو به پایین می‌باشد (منفی است)

۳- برابر صفر است (افقی)

٤- هر کدام از موارد ممکن است

نمونه سوال

- گزینه ۳ صحیح است.

CML

شیب خط بازار سرمایه همان قیمت بازار برای ریسک پرتفوی‌های کارا می‌باشد. این شیب

سان‌دهنده بازده مازادی است که بازار در ازاء هر یک درصد افزایش در ریسک پرتفوی تقاضا

ی کند.

- گزینه ٤ صحیح است.

خط بازار سرمایه در دنیای بازده مورد انتظار همواره دارای شیب مثبت است، لیکن با استفاده

دادهای تاریخی این خط ممکن است هر شیبی را به خود بگیرد.

نمونه سوال

کدام گزینه بیان صحیح اصل ریسک سیستماتیک است؟

۱- پاداش هر سرمایه‌گذاری، به میزان ریسک آن سرمایه‌گذاری بستگی دارد.

۲- پاداش پذیرش ریسک، در ابتدا به ریسک غیرسیستماتیک و سپس به ریسک سیستماتیک سرمایه‌گذاری بستگی دارد.

۳- پاداش پذیرش ریسک، صرفاً به ریسک سیستماتیک یک سرمایه‌گذاری بستگی دارد.

٤- پاداش پذیرش ریسک، در ابتدا به ریسک سیستماتیک و سپس به ریسک غیرسیستماتیک سرمایه‌گذاری بستگی دارد.

از آنجا که می‌توان بدون هیچ هزینه‌ای ریسک غیرسیستماتیک را حذف کرد، لذا هیچ پاداشی برای پذیرش آن وجود ندارد و بازده یک دارایی صرفاً به ریسک سیستماتیک آن دارایی بستگی دارد.

نمونه سوال

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

- اطلاعات زیر در مورد ۲ سهم A و B جمع‌آوری شده است. کدام سهم صرف ریسک بیشتری دارد؟

	σ	β
A	۰/۳۵	۰/۷۵
B	۰/۲۵	۱/۲

۱- سهم A
۲- سهم B
۳- با هم برابر هستند
٤- اطلاعات کافی نیست.

- انحراف معیار بازار و بازده سهمی به ترتیب برابر ۰/٤۰ و ۰/۱۷/۵ می‌باشد، در صورتی که بازده بازار و نرخ بدون ریسک به ترتیب برابر ۱۵٪ و ۵٪ باشد. مطلوب است کوواریانس بازدهی سهم و بازار.

۱- ٪۲۰
۲- ٪۳۰
۳- ٪٤۰
٤- ٪۵۰

نمونه سوال

٤- گزینه ۲ صحیح است.

سهم B از ریسک سیستماتیک بیشتری نسبت به سهم A برخوردار است لذا بنابه اصل ریسک سیستماتیک می‌توان گفت که صرف ریسک سهم B بیشتر است.

۵- گزینه ۱ صحیح است.

$$\beta = \frac{R_i - R_f}{R_M - R_f} = \frac{۰/۱۷/۵ - ۰/۰۵}{۰/۱۵ - ۰/۰۵} = ۱/۲۵$$

$$CoV_{(r_i, r_m)} = \beta \times \sigma_M^۲ \Rightarrow CoV_{(r_i, r_m)} = ۱/۲۵ \times (۰/۴۰)^۲ = ۰/۲۰$$

نمونه سوال

واریانس بازار و بازدهی سهمی به ترتیب برابر ۰/۶۸ و ۰/۱۷/۲ می‌باشد، در صورتی که کوواریانس بازدهی سهم و بازدهی بازار برابر ۰/۸۱۶ و بازدهی بازار برابر ۰/۱۶ باشد، مطلوب است نرخ بدون ریسک.

۱- ۹٪ ۲- ۱۰٪

۳- ۱۱٪ ۴- ۱۲٪

نمونه سوال

گزینه ۲ صحیح است.

$$\beta = \frac{CoV_{(r_i, r_m)}}{\sigma_M^2} = \frac{۰/۸۱۶}{۰/۶۸} = ۱/۲$$

$$۱۷/۲ = R_f + ۱/۲(٪۱۶ - R_f) \rightarrow R_f = ٪۱۰$$

نمونه سوال

کدام گزینه می‌تواند معادله خط بازار اوراق بهادار باشد؟

۱- $R_i = ٪۱۰ + ۱/۲\sigma_i$

۲- $R_i = ۱/۲\beta$

۳- $R_i = ٪۱۰ + ۱/۲\beta$

٤- هیچکدام

- کدام گزینه از مفروضات مشترک CAPM و بازار کارا می‌باشد؟

۱- تمامی دارایی‌های قابل خرید و فروش و تقسیم پذیرند.

۲- مالیات و هزینه‌های مبادلاتی و نیز محدودیت‌های معاملاتی وجود ندارد.

۳- سرمایه‌گذاران افق سرمایه‌گذاری یکسان و معینی دارند.

٤- هیچکدام

نمونه سوال

گزینه ۳ صحیح است.

خط بازار اوراق بهادار (SML) رابطه بین حداقل بازده مورد انتظار سهم را با ریسک ستماتیک مهم مشخص می‌کند و قطعاً به اندازه نرخ بهره بدون ریسک عرض از مبدأ دارد.

- گزینه ۳ صحیح است.

هم در CAPM و هم در بازارهای کارا، فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران افق سرمایه‌گذاری سان و معینی دارند. گزینه‌های ۱ و ۲ از مفروضات CAPM می‌باشند.

نمونه سوال

- بتای سهمی که روند تغییرات بازده آن عکس روند تغییرات بازدهی بازار است ..... .

۱- کوچکتر از یک می‌باشد ۲- کوچکتر از صفر است.

۳- صفر است ٤- برابر یک است

- اوراق بهاداری که نرخ بازده مورد انتظارشان بیشتر از نرخ بازده مورد توقعشان باشد....

۱- قطعاً بالاتر از SML قرار می گیرند.

۲- قطعاً پایین تر از SML قرار می گیرند.

۳- قطعاً روی SML قرار می گیرند.

٤- قطعاً پایین تر از CML قرار می گیرند.

نمونه سوال

۱۱- گزینه ۲ صحیح است.

مفهوم بتای منفی برای یک سهم یعنی روند تغییرات بازده سهام، عکس روند تغییرات بازدهی بازار است.

۱۲- گزینه ۱ صحیح است.

این اوراق اشتباه قیمت‌گذاری شده‌اند و قطعاً بالاتر از SML قرار می‌گیرند. این اوراق زیر قیمت ذاتی خود هستند.

نمونه سوال

- بتای سهمی برابر ۱/۲ می‌باشد. در صورت افزایش نرخ بازده بدون ریسک،بازده مورد توقع سهم .....

۱- کاهش می‌یابد.
۲- افزایش می‌یابد.
۳- تغییر نمی‌کند.
٤- اطلاعات سؤال کافی نیست.

سهامی که بتای بزرگتر از یک دارد با افزایش نرخ بازده بدون ریسک، قطعاً حداقل نرخ مورد انتظارش کاهش می‌یابد.

نمونه سوال

- کدام گزینه تعریف صحیحی از قانون قیمت واحد است؟

۱- طبق این قانون دو دارایی با بازده برابر نمی‌توانند ریسک نامساوی داشته باشند.

۲- طبق این قانون دو دارایی با ریسک برابر نمی‌توانند بازده نامساوی داشته باشند.

۳- طبق این قانون دو دارایی با بازده برابر قطعاً قیمت برابر دارند.

٤- همهٔ موارد

- کدام گزینه از مفروضات APT نیست؟

۱- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزاند و به دنبال بیشینه‌سازی مطلوبیت می‌باشند.

۲- هیچ محدودیت بازاری همانند هزینه‌های مبادلاتی و مالیات وجود ندارد.

۳- نرخ بازده بدون ریسک وجود ندارد.

٤- هیچ گونه فرصت سود آربیتراژ (بدون ریسک) وجود ندارد.

نمونه سوال

۱۴- گزینه ۲ صحیح است.

دقت کنید، در شرایط آربیتراژ باید سرمایه‌گذار بتواند با ریسک صفر بازده کسب کند. در غیر این صورت سود آربیتراژ وجود ندارد.

۱۵- گزینه ۳صحیح است.

کلیه سرمایه‌گذاران می‌توانند در نرخ بدون ریسک، وام بدهند و وام بگیرند. در اصل این فرض جزء مفروضات مشترک APT و CAPM می‌باشد.

نمونه سوال

۱- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه معادله تعادلی می‌باشد؟

سهم	R_i	β_1	β_2
A	۰/۴۲	۱/۵	۰/۸
B	۰/۴۸	۱	۱/۲
C	۰/۵۸	۱	۱/۶

۱- $R_i = ۰/۱۰ + \beta_1 ٪۸ + \beta_2 ۰/۲۵$

۲- $R_i = ۰/۱۰ + \beta_1 ٪۷ + \beta_2 ۰/۳۳$

۳- $R_i = ۰/۱۲ + \beta_1 ٪۱۲ + \beta_2 ٪۱۴$

۴- $R_i = ۰/۱۱ + \beta_1 ۰/۱۵ + \beta_2 ۰/۳۸$

۲- با توجه به معادله تعادلی سؤال قبل، در صورت وجود سهمی با شرایط زیر آیا فرصت آربیتراژ وجود دارد؟

$R_i = ۰/۲۵ \qquad \beta_1 = ۰/۵ \qquad \beta_2 = ۰/۶$

۱- بله

۲- خیر

۳- در صورت وجود امکان وام‌گیری، خیر

۴- اطلاعات کافی نیست

نمونه سوال

۱۶- گزینه ۱صحیح است.

$$\begin{cases} \alpha_{\circ} + ۱/۵f_{۱} + ۰/۸f_{۲} = ۰/۴۲ \\ \alpha_{\circ} + f_{۱} + ۱/۲f_{۲} = ۰/۴۸ \\ \alpha_{\circ} + f_{۱} + ۱/۶f_{۲} = ۰/۵۸ \end{cases}$$

سطر اول را از ۲ سطر دیگر کسر می‌کنیم:

$$\begin{cases} -۰/۵f_{۱} + ۰/۴f_{۲} = ۰/۰۶ \\ -۰/۵f_{۱} + ۰/۸f_{۲} = ۰/۱۶ \end{cases}$$

سطر اول را در یک «منفی» ضرب می‌کنیم و با سطر دوم جمع می‌کنیم.

$$۰/۴f_{۲} = ۰/۱ \rightarrow \boxed{f_{۲} = ۰/۲۵} \rightarrow \boxed{f_{۱} = ٪۸} \rightarrow \boxed{\alpha = ٪۱۰}$$

$$R_i = ٪۱۰ + \beta_{۱}٪۸ + \beta_{۲}۰/۲۵$$

۱۷- گزینه ۱صحیح است.

$$R_i = ٪۱۰ + [۰/۵ \times ٪۸] + [۰/۶ \times ٪۲۵] = ٪۲۹$$

همانطور که ملاحظه می‌کنید، بین بازده واقعی سهم و بازده سهم برمبنای معادله تعادلی فاصله وجود دارد لذا قطعاً سود آربیتراژی وجود دارد.

نمونه سوال

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

- با توجه به اطلاعات زیر در مورد سهام شرکت نیایش می‌توان گفت:

	β	R_f	R_M	$\bar{R}_i$
سهام شرکت	۱/۴	٪۷	٪۱۲	٪۱۴

۱- مطابق با ارزش ذاتی و پایین‌تر از پرتفوی بازار است.

۲- مطابق با ارزش ذاتی و بالاتر از پرتفوی بازار است.

۳- پایین‌تر از ارزش ذاتی‌اش است.

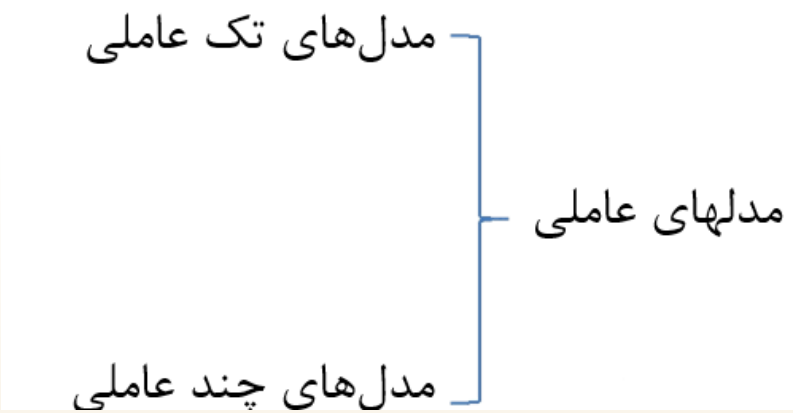
٤- بالاتر از ارزش ذاتی‌اش است.

نمونه سوال

$$٪۷ + ۱/۴(٪۱۲ - ٪۷) = ٪۱۴$$

سهم درست قیمت‌گذاری شده و جهت داشتن بتای بزرگتر از یک بالاتر از پرتفوی بازار واقع شده است.

مدل های عاملی



مدل های عاملی بازده هر دارایی را به یک یا چندین عامل ربط می‌دهند.

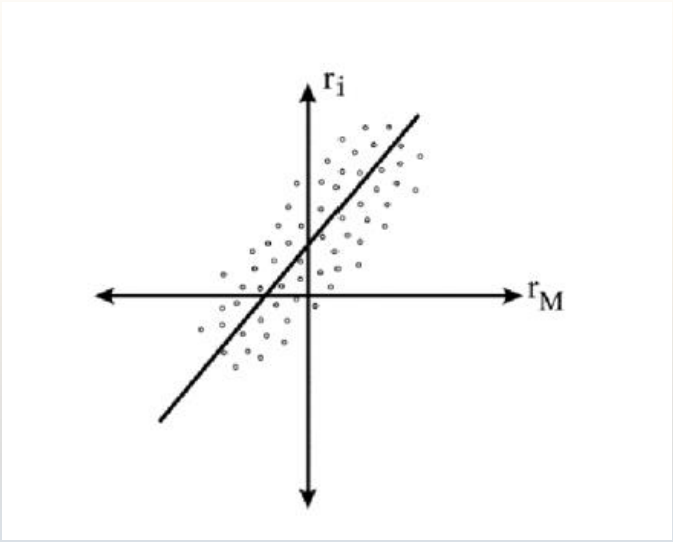
این عامل می‌تواند بازده شاخص، نرخ تورم، نرخ بهره، GDP یا هر چیز دیگری باشد.

معمولاً این مدل ها از طریق رگرسیون بدست می‌آیند.

مدل های عاملی

مدل تک عامل بازار(مدل ویلیام شارپ یا خط مشخصات) :

در این مدل، بازده سهم و بازار را در طول یک دوره در مقاطع مختلف اندازه می‌گیریم و روی دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم.

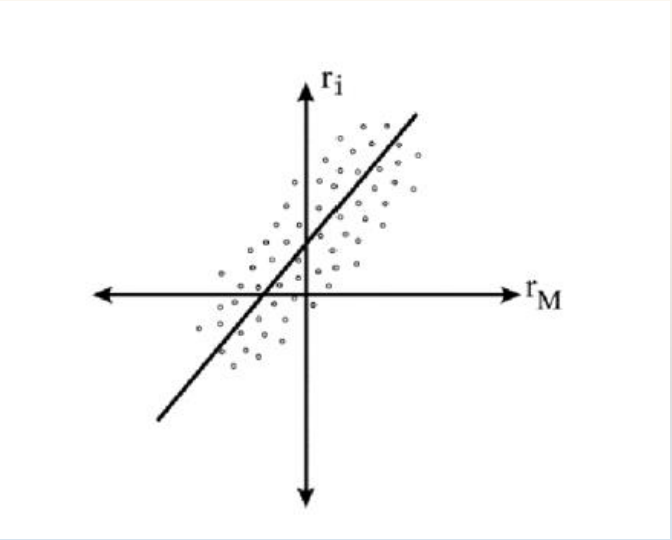


سپس سعی می‌کنیم خطی رسم کنیم که فاصله نقاط از آن خط، حداقل باشد.

مدل های عاملی

مدل تک عامل بازار(مدل ویلیام شارپ یا خط مشخصات) :

یعنی خط را هر جور دیگر رسم کنیم مجموع فاصله نقاط از آن خط بیشتر از وضعیت فعلی شود.



$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + e_i$$

به خط رسم شده در فوق خط مشخصات می‌گویند.

مدل های عاملی

مدل تک عامل بازار(مدل ویلیام شارپ یا خط مشخصات):

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + e_i$$

عرض از مبداء خط مشخصات (آلفا-α)

عرض از مبداء خط مشخصات بیانگر بازده مستقل سهم است.

یعنی اگر عامل صفر هم باشد باز سهم به اندازه α بازدهی خواهد داشت.

** آلفای هر سهم یا پرتفوی منحصر به فرد است و با Rf آن را اشتباه نگیرید

مدل های عاملی

مدل تک عامل بازار(مدل ویلیام شارپ یا خط مشخصات):

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + e_i$$

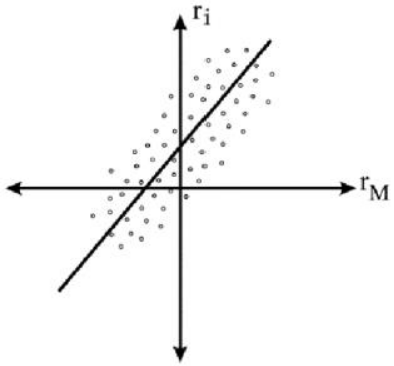
شیب خط مشخصات (بتا- β)

شیب خط مشخصات همان حساسیت بازده سهم به بازده بازار است؛ لذا همان β می‌شود که در گذشته معرفی شد.

روش دیگر محاسبه بتا همان محاسبه شیب خط مشخصات

مدل های عاملی

مدل تک عامل بازار(مدل ویلیام شارپ یا خط مشخصات):



$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + e_i$$

خطای تصادفی (پسماند- ei)

خطای تصادفی مدل یا همان پسماند، برابر با مجموع فاصله نقاط از خط هستند.

- ✓ خط را جوری رسم کردیم که ei در حداقل اندازه
- ✓ به هر حال این فواصل وجود دارند مگر اینکه تمام نقاط روی خط

مدل های عاملی

** میزان پراکندگی نقاط از خط که با واریانس پسماندها ($\sigma^2_{(ei)}$) اندازه گیری می‌شود بیانگر **ریسک غیر سیستماتیک**

نکات مهم (برگرفته از مفروضات رگرسیون)

۱- خطای تصادفی (e_i) با عامل (f) همبستگی ندارد.

۲- خطای تصادفی ۲ سهم یا ۲ پرتفوی با هم بستگی ندارند.

۳- امید ریاضی(اندازه مورد انتظار) خطای تصادفی صفر است.

۴- اگر پرتفوی تشکیل دهیم(با تنوع بخشی)؛ پراکندگی خطای تصادفی پرتفوی ($\sigma^2_{(ep)}$) یا همان ریسک غیر سیستماتیک کاهش می‌یابد.

ریسک و بازدهی تک عاملی

در مدل های عاملی هر متغیری ممکن است عامل شناخته شود.

کلاً عامل را با (f) نشان داده می شود.

یکی از مدلهای تک عاملی معروف مدل **تک عامل بازار (مدل شارپ)** که در آن عامل را بازده بازار (R_M) در نظر گرفته‌اند.

بازده در مدل تک عامل به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i f + e_i$$

ریسک کل در مدل تک عامل به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2(r_i) = \beta^2\sigma^2(f) + \sigma^2(e_i)$$

ریسک غیر سیتماتیک

ریسک سیتماتیک

ریسک و بازدهی تک عاملی

در مدل های عاملی کوواریانس به روش زیر محاسبه می شود:

$$cov_{(i,j)} = \beta_i \beta_j \sigma_f^2$$

مثال: در صورتی که حساسیت سهم A و B به تغییرات بازدهی بازار به ترتیب برابر ۲ و ۱/۵ باشد و همچنین شاخص بازار دارای انحراف معیاری برابر ۱/۲ باشد. واریانس ۲ سهم و کوواریانس بین بازدهی ۲ سهم را حساب کنید $(\sigma_{eA} = ۰/۷ \ , \ \sigma_{eB} = ۰/۶)$

ریسک و بازدهی تک عاملی

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مثال: در صورتی که حساسیت سهم A و B به تغییرات بازدهی بازار به ترتیب برابر ۲ و ۱/۵ باشد و همچنین شاخص بازار دارای انحراف معیاری برابر ۱/۲ باشد. واریانس ۲ سهم و کوواریانس بین بازدهی ۲ سهم را حساب کنید $(\sigma_{eA} = ۰/۷ \ , \ \sigma_{eB} = ۰/۶)$

$$\sigma_A^2 = \left[(۲)^2 \times (۱/۲)^2 \right] + (۰/۷)^2 = ۶/۲۵$$

$$\sigma_B^2 = \left[(۱/۵)^2 \times (۱/۲)^2 \right] + (۰/۶)^2 = ۳/۶$$

$$CoV(r_A, r_B) = ۲ \times ۱/۵ \times (۱/۲)^2 = ۴/۳۲$$

ریسک و بازدهی تک عاملی

نکته: دقت کنید اگر خواستید بازده یا ریسک پرتفوی را با استفاده از مدل تک عامل محاسبه کنید؛

باید از بتای پرتوی(β_p) ، آلفای پرتفوی(α_p) به صورت میانگین وزنی

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^{n} x \, \alpha_i$$

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i$$

ریسک و بازدهی تک عاملی

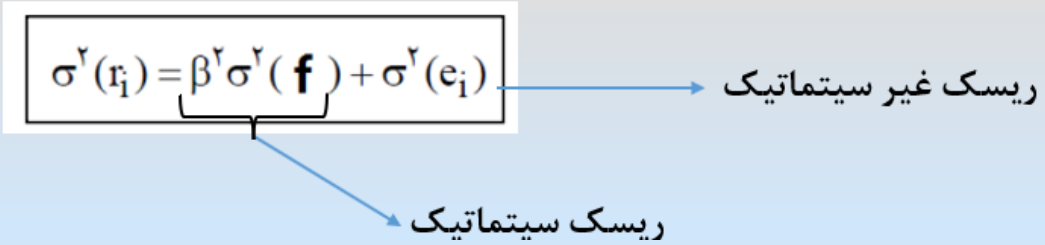
واریانس خطای تصادفی پرتفوی($\sigma^{2}_{(ep)}$)که در فرمول های گفته شده استفاده کنید.

- به صورت وزنی نیست!!!

$$\sigma^{2}_{(ep)} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{2}\sigma^{2}_{(e_i)}$$

- با به توان ۲ رسیدن وزنها (x_i^{2}) اندازه ($\sigma^{2}_{(ep)}$) کاهش می‌یابد و ریسک غیر سیستماتیک از بین‌می‌رود.

نکته: در فرمول ریسک در مدل عاملی، **قسمت اول ($\beta^{2}_{p}\sigma^{2}_{f}$) در اصل ریسک سیستماتیک** و **قسمت دوم($\sigma^{2}_{(ep)}$) ریسک غیر سیستماتیک** است.



مدل های عاملی

برتری مدل n عاملی نسبت به مدل مارکویتز

برای محاسبات ریسک و بازده یک پرتفوی N سهمی با استفاده از مدل تک عامل، به $(۳N + ۲)$ داده خام نیاز است. در صورتی‌که برای محاسبه ریسک و بازده یک پرتفوی N سهمی با استفاده از مدل مارکوئیتز به $\left(\frac{N^{۲} + ۳N}{۲}\right)$ داده خام نیاز است.

نکته: تنها برای محاسبه ریسک پرتفوی N سهمی در مدل تک عامل، به $(۲N + ۱)$ داده خام نیاز است ولی با استفاده از مدل مارکوئیتز به $\frac{(N^{۲} + N)}{۲}$ داده خام نیاز وجود دارد.

مدل های چند عاملی

مدل های چند عاملی دقیقاً مثل مدل های تک عامل هستند؛ با این تفاوت که بازده سهم را به جای یک عامل، به چند عامل ربط می‌دهند و لذا فرمول ها کمی طولانی‌تر می‌شوند.

برای سهولت فرمول های مدل ۲ عامل:

بازده در مدل ۲ عامل:

$$R_i = \alpha_i + b_{i1}f_1 + b_{i2}f_2 + e_i$$

ریسک در مدل ۲ عامل:

$$\sigma_i^2 = b_{1i}^2\sigma_{f_1}^2 + b_{2i}^2\sigma_{f_2}^2 + 2b_1b_2Cov_{(f_1,f_2)} + \sigma^2 e_i$$

کوواریانس در مدل ۲ عامل:

$$CoV_{(i,j)} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{f_1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{f_2}^2 + (b_{i1}b_{j2} + b_{i2}b_{j1})CoV(f_1,f_2)$$

تفاوت مدل های عاملی و تعادلی

مدل های تعادلی به ما می‌گویند که بازده فلان سهم باید چه اندازه باشد و اگر غیر از آن شود؛ پس از مدتی با استفاده از جریان عرضه، تقاضا و آربیتراژ سهم به تعادل بر می‌گردد

مدل های عاملی به ما می‌گویند که بازده فعلی سهم یا پرتفوی از چه قسمت‌هایی تشکیل شده است. مثلاً چقدر از بازده وابسته به فلان عامل، چقدر وابسته به فلان عامل دیگر، چقدر مستقل از عوامل و نهایتاً چقدر از بازده شناسایی نشده (یا همان خطای مدل) است.

نکته: در مدل های تعادلی عرض از مبداء، نرخ بازده بدون ریسک (r_f) است که برای تمام سهم‌ها و پرتفوی‌ها ثابت می‌باشد. اما در مدل های عاملی عرض از مبدأ همان بازده مستقل (آلفا) است که برای هر سهم یا پرتفوی عددی منحصر به فرد خواهد شد.

تفاوت مدل های عاملی و تعادلی

تقابل مدل تک عامل بازار و مدل CAPM:

با مساوی قرار دادن مدل CAPM با مدل تک عامل شارپ می‌توان میزان بازده مستقل (آلفا) را برحسب بتا (β) بدست آورد:

$$R_i = R_f + \beta_i (R_M - R_f)$$

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M$$

$$\Rightarrow R_f + \beta_i R_M - \beta_i R_f = \alpha_i + \beta_i R_M$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_i = R_f (1 - \beta_i)}$$

مدل ۳ عاملی فاما و فرنچ

فاما و فرنچ با بسط مدل CAPM، مدل ۳ عاملی خود را ارائه دادند که عامل اول همان صرف ریسک بازار است. در اصل فاما و فرنچ ۲ عامل به CAPM اضافه کردند

- یکی عامل سایز (اندازه) شرکت
- عامل ارزش دفتری به ارزش بازار

$$r_i - r_f = \alpha_i + b_i(R_M - R_f) + S_i(SMB) + h_i(HML) + e_i$$

r_i = نرخ بازده تحقق یافته سهام i

r_f = نرخ بازده تحقق یافته بدون ریسک

r_M = نرخ بازده تحقق یافته بازار

SMB = نرخ بازده تحقق یافته پرتفوی اندازه کوچک منهای پرتفوی اندازه بزرگ

HML = نرخ بازده تحقق یافته پرتفوی با $\frac{BV}{MV}$ بالا منهای پرتفوی با $\frac{BV}{MV}$ پایین

α_i = بازده مستقل سهم i (عرض از مبدأ)

b_i و S_i و h_i = ضرایب شیب (حساسیت‌ها)

e_i = خطای تصادفی

تمرین

در صورتی که بخواهیم با استفاده از مدل مارکوئیتز، ریسک یک پرتفوی متشکل از ۷ سهم را حساب کنیم به چند داده نیازمندیم؟

۱- ۲۱ ۲- ۲۳

۳- ۲۸ ٤- ۳۵

- کدام گزینه از مزایای مدل‌های عاملی نیست؟

۱- سادگی و کاهش داده‌های مورد نیاز برای انتخاب پرتفوی.

۲- ارائه معیاری جدید از ریسک برای سرمایه‌گذاران.

۳- یک مدل آماری برای بیان فرایند ایجاد بازدهی.

٤- شناخت حساسیت‌های اوراق نیاز به روش‌های پیچیده و دشوار ندارد.

تمرین

۱- گزینه ۳ صحیح است.

تعداد داده مورد نیاز با استفاده از مدل مارکوئیتز جهت مطالعه ریسک.

$$\frac{N^{۲}+N}{۲} \rightarrow \frac{(۷)^{۲}+۷}{۲}=۲۸$$

۲- گزینه ٤ صحیح است.

شناخت عوامل و پس از آن شناخت حساسیت اوراق به عوامل، گاهی ممکن است مدت‌ها به طول انجامد و امری دشوار به حساب آید.

تمرین

اطلاعات زیر در خصوص ۲ پرتفوی A و B در دسترس است. عملکرد مدیر کدام پرتفوی بهتر است؟

	R_i	β_i	α_i
A	٪۲۰	۱	٪۷
B	٪۲۵	۱/۱	٪۳

۱- پرتفوی A

۲- پرتفوی B

۳- عملکرد ۲ مدیر برابر است.

٤- اطلاعات سؤال کافی نیست.

تمرین

بازده پرتفوی B بیشتر از پرتفوی A می‌باشد. لیکن با وجود بتای پرتفوی B که آن هم بیشتر از بتای پرتفوی A می‌باشد، نمی‌توان ارزیابی صحیحی از عملکرد ۲ پرتفوی داشت. نکته قابل توجه آلفای ۲ پرتفوی است که به نوعی نشان دهنده بازده مستقل از بازده بازار برای هر پرتفوی می‌باشد. بازده مستقل پرتفوی A به مراتب بیشتر از بازده مستقل پرتفوی B می‌باشد.

تمرین

کدام گزینه جزء مفروضات مدل تک عامل نیست؟

۱- جمله خطای تصادفی و عامل با یکدیگر ناهمبسته هستند.

۲- جمله تصادفی دارای مقدار مورد انتظار صفر می‌باشد.

۳- جمله خطای تصادفی دارایی‌های مختلف از هم مستقل می‌باشند.

٤- دارایی بدون ریسک وجود دارد و سرمایه‌گذاران می‌توانند نرخ بدون ریسک اقدام به وام‌دهی و وام‌گیری نمایند.

۵- گزینه ٤ صحیح است.

این جمله از مفروضات CAPM و APT می‌باشد.

تمرین

با استفاده از جدول زیر واریانس پسماند از پرتفوی را حساب کنید.

	وزن	$\sigma^2_{(ej)}$	β_i
A	٪۳۰	٪۸	۱/۵
B	٪۲۰	٪۱۵	۰/۷۵
C	٪۵۰	٪۱۲	۱/۶

۱- ٪۱/۱٤ ۲- ٪٤/۳۲

۳- ٪۱۱/٤ ٤- ٪٤۳/۲

با استفاده از اطلاعات سوال ۷ بتای پرتفوی را حساب کنید.

۱- ۰/٥٦٥ ۲- ۱/۲۸۳

۳- ۱/٤ ٤- ۳/۸٥

- با استفاده از اطلاعات سؤال ۷ و در صورتی که انحراف معیار بازار برابر ۰/٥ باشد. مطلوب است محاسبه واریانس پرتفوی:

۱- ۰/۰۲۱۱ ۲- ۰/٥۳۳۲

۳- ۱/۰۲۳۲ ٤- ۲/۲٥۳٥

تمرین

۷- گزینه ۲ صحیح است.

$$\sigma^2_{(ep)} = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma^2_{(ei)}$$

$$= \left[(۰/۳)^2 (۰/۰۸)\right] + \left[(۰/۲)^2 (۰/۱۵)\right] + \left[(۰/۵)^2 (۰/۱۲)\right] = ۰/۰۴۳۲$$

۸- گزینه ۳ صحیح است.

$$b(p) = \sum_{i=1}^{N} x_i b_i = (۰/۳ \times ۱/۵) + (۰/۲ \times ۰/۷۵) + (۰/۵ \times ۱/۶) = ۱/۴$$

۹- گزینه ۲ صحیح است.

$$\sigma^2_p = b^2_p \sigma^2_M + \sigma^2_{(ep)}$$

$$\sigma^2_p = (۱/۴)^2 \times (۰/۵)^2 + ۰/۰۴۳۲ = ۰/۵۳۳۲$$

تمرین

۱- عرض از مبدأ در مدل تک عامل شارپ بیانگر چیست؟

۱- ریسک سیستماتیک سهم
۲- ریسک غیر سیستماتیک سهم
۳- نرخ بازده بدون ریسک
٤- بازده مستقل سهام از بازده بازار

۲- حساسیت‌های ۲ سهم A و B به تغییرات بازدهی بازار به ترتیب برابر ۲ و ۱/۳ می‌باشد و همچنین شاخص بازار دارای انحراف معیاری برابر ۰/۵ می‌باشد. کوواریانس بین بازدهی سهم A و B را حساب کنید.

۱- ۰/٦٥
۲- ۱/۳
۳- ۱/٦٥
٤- اطلاعات مسأله کافی نیست.

تمرین

۲٤- گزینه ٤ صحیح است.

عرض از مبدأ در مدل تک عامل شارپ که معمولاً با علامت آلفا (α) شناخته می‌شود به نوعی بیانگر بازده مستقل سهم از عملکرد بازار می‌باشد.

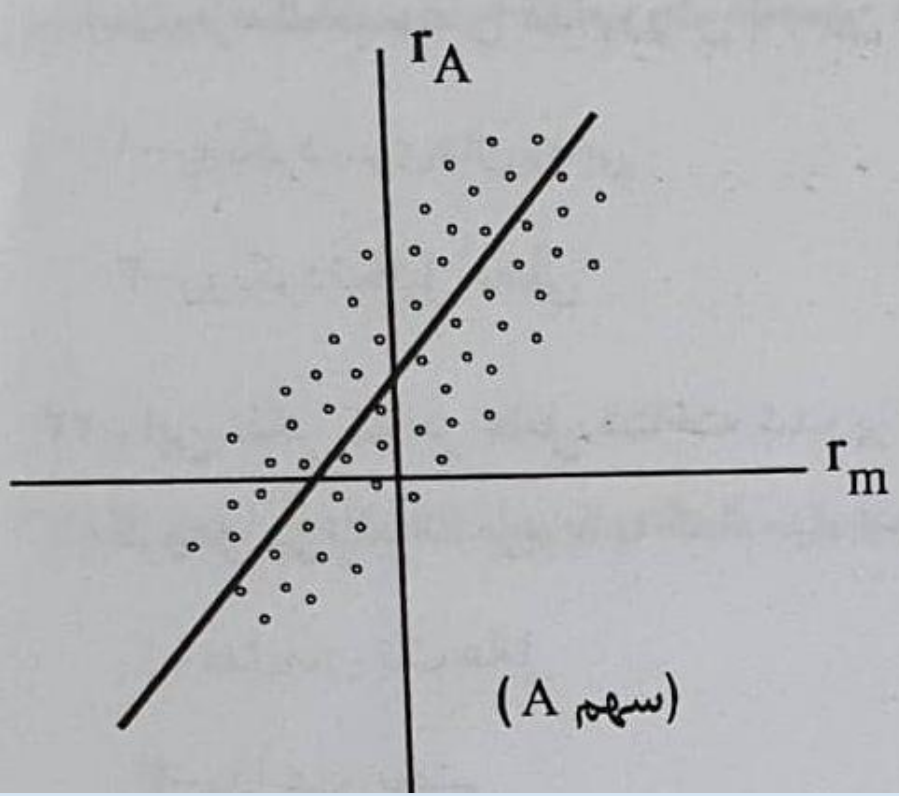
۲۵- گزینه ۱ صحیح است.

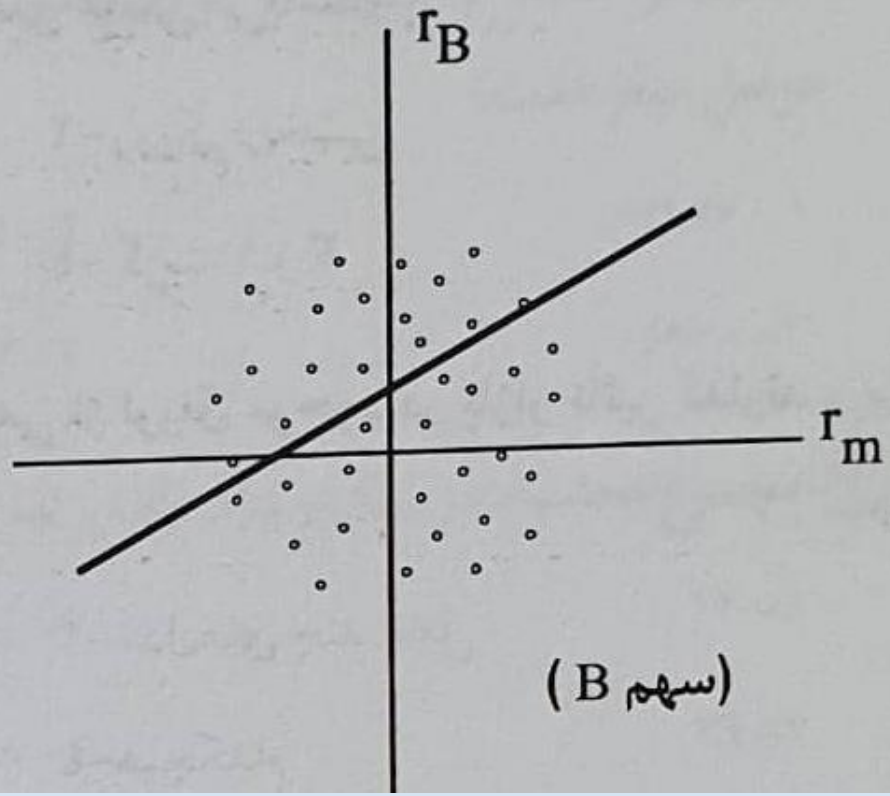
$$\sigma_M^2 = (۰/۵)^2 = ۰/۲۵$$

$$CoV_{(A,B)} = b_A b_B \sigma_M^2 \Rightarrow CoV_{(A,B)} = ۲ \times ۱/۳ \times ۰/۲۵ = ۰/۶۵$$

تمرین

با توجه به شکل زیر به ۲ سؤال پاسخ دهید.





تمرین

۱- ریسک سیستماتیک کدام سهم بیشتر است؟

۱- سهم A

۲- سهم B

۳- ریسکشان برابر است

٤- با توجه به شکل نمی‌توان پاسخ داد.

۲- ریسک غیرسیستماتیک کدام سهم بیشتر است؟

۱- سهم A

۲- سهم B

۳- ریسک سیستماتیک ۲ سهم برابر است

٤- با توجه به شکل نمی‌توان به سؤال پاسخ داد.

تمرین

۲۶- گزینه ۱ صحیح است.

خط مذکور خط مشخصات سهم A (رگرسیون) می‌باشد که شیب این خط بیانگر بتای سهم است. از آنجا شیب خط سهم A بیشتر از شیب خط سهم B می‌باشد، لذا قطعا ریسک سیستماتیک سهم A بیشتر است.

۲۷- گزینه ۲ صحیح است.

مجموع فاصله عمودی نقاط از خط مشخصات (خط رگرسیون) بیانگر ریسک منحصر به فرد هر سهم می‌باشد. همان‌طور که مشخص است ریسک غیرسیستماتیک سهم B بیشتر است.

تمرین

- کدام گزینه در خصوص خط مشخصات صحیح نیست؟

۱- این خط روند تغییرات بازدهی سهم را در برابر پرتفوی بازار نشان می‌دهد.

۲- نام دیگر این خط، خط رگرسیون یا خط توان‌های دوم می‌باشد.

۳- عرض از مبدأ این خط معادل بازده بدون ریسک در بازار می‌باشد.

٤- شیب این خط بیانگر ریسک غیرقابل کنترل سهم است.

- شیب خط مشخصات پرتفوی بازار برابر ..... و ضریب α آن برابر ..... است؟

۱- صفر ـ یک ۲- یک ـ صفر

۳- صفر ـ صفر ٤- یک ـ یک

- در فرمول زیر با افزایش تعداد سهام موجود در پرتفوی، کدام قسمت به صفر میل می‌کند؟

$$\sigma^2_{rp} = \beta_p \sigma^2_M + \sigma^2_{(ep)}$$

۱- β_p ۲- $\sigma^2_{(ep)}$ ۳- $\sigma^2_{(rp)}$ ٤- هیچکدام

تمرین

۲۹- گزینه ۳ صحیح است.

عرض از مبدأ خط مشخصات یا همان ضریب α عبارت است از بازدهی سهم در صورتی که بازدهی بازار برابر صفر باشد لذا عرض از مبدأ خطوط مشخصات مختلف با هم متفاوت هستند

۳۰- گزینه ۲ صحیح است.

شیب خط مشخصات برابر β سهم می‌باشد و می‌دانیم که بتای بازار برابر یک می‌باشد. عرض از مبدأ خط مشخصات (ضریب α) بازدهی سهم را در صورتی که بازدهی بازار صفر باشد نشان می‌دهد لذا عرض از مبدأ خط مشخصات پرتفوی بازار صفر است.

۳۱- گزینه ۲ صحیح است.

این قسمت از فرمول که همان واریانس پسماند پرتفوی می‌باشد بیانگر ریسک غیرسیستماتیک پرتفوی است. لذا با تنوع بخشی به پرتفوی، این قسمت به صفر میل می‌کند.

ارزیابی عملکرد پرتفوی

آخرین مرحله سرمایه‌گذاری، سنجش عملکرد است. برای سنجش عملکرد یک پرتفوی باید میزان بازده واقعی کسب شده توسط پرتفوی را با میزان ریسکی که متحمل شده مقایسه کنیم. تفاوت شاخص‌های ارزیابی عملکرد در همین مورد است که کدام ریسک را در نظر بگیریم:

معیارهای ارزیابی عملکرد به ۳ گروه تقسیم می‌شوند:

۱) شاخص‌هایی که ریسک کل (انحراف معیار) را در نظر می‌گیرند(شاخص شارپ و M^2)

۲) شاخص‌هایی که ریسک سیستماتیک (بتا) را در نظر می‌گیرند(شاخص ترینر و جنسن)

۳) شاخص‌هایی که ریسک غیرسیستماتیک رادر نظر می‌گیرند(شاخص نسبت ارزیابی)

شاخص های مبتنی بر ریسک کل

۱- شاخص شارپ: (RVAR)

این شاخص میزان صرف ریسک کسب شده را تقسیم بر ریسک کل(انحراف معیار) می‌کند تا به نوعی بازده ناشی از هر واحد ریسک را محاسبه کند

$$\text{نسبت شارپ } \mathbf{S} = \left(\frac{\boldsymbol{R_P} - \boldsymbol{R_f}}{\boldsymbol{\sigma_P}}\right) = \frac{\text{نرخ بازده (سود) بدون ریسک} \quad - \quad \text{میانگین نرخ بازده سرمایه‌گذاری}}{\text{انحراف معیار استاندارد بازده سرمایه‌گذاری}}$$

شاخص های مبتنی بر ریسک کل

ادامه شاخص شارپ:

پس از محاسبه اندازه شاخص شارپ، برای این منظور که درک کنیم آیا عملکرد پرتفوی خـوب بوده یا خیر، باید آن را با عملکرد بازار بسنجیم.

به همین علت شـیب خـط CML را محاسـبه می‌کنیم. شیب خط CML برابر است با

$$\frac{R_m - R_f}{\sigma_m}$$

اگر شاخص شارپ برای پرتفوی بزرگتـر از شـیب CML باشـد؛ نتیجـه مـی‌گیـریم عملکـرد پرتفوی مثبت بوده است

شاخص های مبتنی بر ریسک کل

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مثال: معادله خط بازار سرمایه برابر است با $R_i = \%10 + 0/2\sigma_i$، در صورتی که بازده سهمی با واریانس ۹٪ برابر ۲۵٪ باشد عملکرد سهم را نسبت به پرتفوی بازار بسنجید.

$\rightarrow \sigma_p = 0/30 \quad \sigma_p^2 = \%9$

$R_f = 0/10$

$$RVAR = \frac{0/25 - 0/10}{0/3} = 0/5$$

از آنجا که معیار شارپ برای سهم مذکور از شیب خط بازار سرمایه بیشتر است، لذا عملکرد سهم از بازار در این دوره بهتر بوده است.

شاخص های مبتنی بر ریسک کل

۲ معیار مودیلیانی و میلر: (M2)

این معیار هم مثل معیار شارپ از ریسک کل(انحراف معیار) برای سنجش عملکرد استفاده می‌کند.

روش کار به این صورت است که ابتدا معادله خط تخصیص سرمایه (CAL) را برای پرتفوی مورد سنجش می‌نویسیم و سپس در معادله، میزان انحراف معیار بازار را به عنوان متغیر مستقل (x ها) قرار داده و در نهایت بازده محاسبه شده در معادله را با بازده بازار چک می کنیم.

خط تخصیص پرتفوی:

$$R_i = R_f + \frac{R_D - R_f}{\sigma_D}\sigma_i$$

محاسبه شاخص M^2 :

$$M_D^2 = r_f + \frac{r_D - r_f}{\sigma_D}\sigma_M$$

شاخص های مبتنی بر ریسک کل

۲ معیار مودیلیانی و میلر: (M2)

منطق این روش این است که حساب می‌کند اگر پرتفوی مورد ارزیابی، به اندازه پرتفوی بازار ریسک کرده بود؛ تا چه اندازه بازده کسب می‌کرد. به همین دلیل در معادله تخصیص سرمایه پرتفوی، سطح ریسک بازار را قرار می‌دهیم

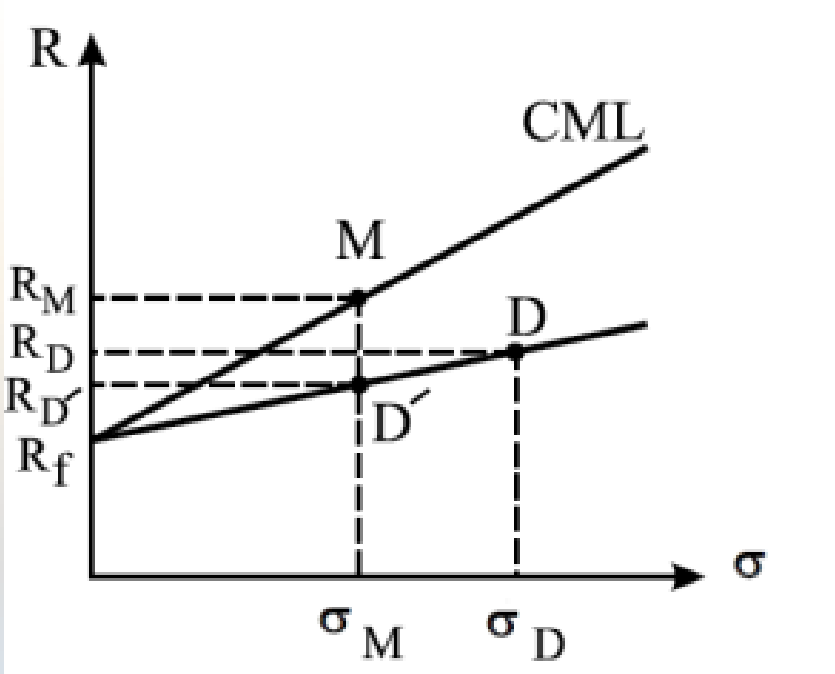
خط تخصیص پرتفوی:

$$R_i = R_f + \frac{R_D - R_f}{\sigma_D}\sigma_i$$

محاسبه شاخص M^2 :

$$M_D^2 = r_f + \frac{r_D - r_f}{\sigma_D}\sigma_M$$

شاخص های مبتنی بر ریسک کل



نکته: از آنجایی که معیار شارپ و معیار۲ M هر دو از ریسک کل(انحراف معیار) برای رتبه‌بندی و ارزیابی عملکرد پرتفوی استفاده می‌کنند؛ لذا این دو شاخص همیشه به یک شکل رتبه‌بنـدی خواهند کرد.

شاخص های مبتنی بر ریسک سیستماتیک

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

۳- شاخص ترینر: (RVOR)

برای محاسبه شاخص ترینر، صرف ریسک کسب شده توسط پرتفوی مورد ارزیابی را بر بتای آن پرتفوی تقسیم می کنیم. عدد به سمت آمده بازدهی کسب شده به ازاء هر واحد ریسک سیستماتیک را نشان می دهد. برای ارزیابی عملکرد باید این عدد را با صرف ریسک بازار ($R_M - R_F$) مقایسه شود.

یادآوری: صرف ریسک بازار همان شیب خط SML (یا همان شیب CAPM) است.

$$\text{شاخص ترینر} = \frac{R_p - R_f}{\beta_p} = \frac{\text{صرف ریسک}}{\text{ریسک سیستماتیک}}$$

همواره برای سنجش عملکرد سهام منفرد یا پرتفوی‌کاملاً متنوع نشده، باید از معیارهای شارپ و M ۲ استفاده شود؛ چرا که هنوز ریسک غیر سیستماتیک دارند و برای ارزیابی درست‌آنها باید ریسک کل را در نظر بگیریم.

شاخص های مبتنی بر ریسک سیستماتیک

۴- شاخص آلفای تفاضلی جنسن:

ابتدا با استفاده از بتای واقعی پرتفوی مورد ارزیابی و مدل CAPM، بازده مورد انتظار را محاسبه کرده و در ادامه این بازده را از بازده واقعی کسب شده توسط پرتفوی کم می‌کنیم.

آلفا از تفاضل بازده واقعی کسب شده و بازده تعادلی که طبق CAPM باید کسب می‌شد، بدست می آید

$$\alpha_p = R_p - [R_f + \beta_p (R_M - R_f)]$$

قسمت اول فرمول فوق (R_p) بازده واقعی است که توسط پرتفوی کسب شده و قسمت دوم فرمول $[R_f + \beta_p (R_M - R_f)]$ بازده تعادلی است که انتظار می‌رود پرتفوی کسب کند

شاخص های مبتنی بر ریسک سیستماتیک

تحلیل آلفا

۱) اگر بازده واقعی بیشتر از بازده تعادلی باشد؛ در نتیجه آلفا مثبت خواهد شد و عملکرد خوب ارزیابی می‌شود

۲) اگر بازده واقعی و بازده تعادلی برابر باشد؛ در نتیجه آلفا صفر خواهد بود و عملکرد متعادل ارزیابی می‌شود

۳) اگر بازده واقعی کمتر از بازده تعادلی باشد؛ آنگاه آلفا منفی خواهد شد و عملکرد ضعیف ارزیابی می‌شود

نکته: معیارهای ترینر و جنسن نیز همواره مانند هم ارزیابی می‌کنند

شاخص مبتنی بر ریسک غیر سیستماتیک

۵- شاخص نسبت ارزیابی یا نسبت اطلاعاتی (ریسک پیگیری)

تنها شاخصی که ریسک غیر سیستماتیک را در نظر می‌گیرد نسبت ارزیابی(یا نسبت اطلاعاتی) است. این شاخص بازدهی مازاد کسب شده توسط پرتفوی را تقسیم بر ریسک غیر سیستماتیک می‌کند. آلفای استفاده شده در فرمول زیر همان آلفای تفاضلی جنسن است.

$$AR = \frac{\alpha_P}{\sigma^2_{(ep)}} = \frac{\text{بازدهی مازاد نسبت به پرتفوی کاملاً متنوع شده}}{\text{ریسک غیرسیستماتیک}}$$

$$AR = \frac{\text{بازدهی مازاد نسبت به پرتفوی بازار به ازای پذیرش ریسک غیرسیستماتیک}}{\text{ریسک غیرسیستماتیک}}$$

انتقادات واره بر شاخص های ارزیابی

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

۴ انتقاد بر این شاخص‌ها :

۱) برای محاسبه بازده بازار از شاخص‌های بورس استفاده می‌شود و شما می‌دانید که شاخص‌های بورس را می‌توان به چندین روش محاسبه کرد که هر کدام به عددی خاص می‌رسد.

۲) برای محاسبه نرخ بازده بدون ریسک از نرخ اوراق خزانه استفاده می‌شود؛ ولی همانطور که می‌دانید شاید بتوان در نرخ اوراق خزانه وامداد ولی قطعاً نمی‌توان در نرخ اوراق خزانه وام گرفت.

انتقادات واره بر شاخص های ارزیابی

۳) این شاخص‌ها میان شانس و مهارت تفکیک قائل نمی‌شوند و مشخص نمی‌کنند که عملکرد مثبت فلان پرتفوی در فلان دوره ناشی از شانس بود یامهارت؟ این بسیار مهم است؛ چـرا کـه مهارت تکرار می‌شود ولی شانس تکرار نمی‌شود!!

۴) معیارهای ترینر و جنسن از CAPM به عنوان معیار تعادلی استفاده می‌کننـد؛ در صـورتی که اساس اعتبار CAPM هنوز خیلی مورد تأیید نیست.

تمرین

کدام یک از گزینه‌ها ریسک کل را در نظر می‌گیرد؟

۱- معیار شارپ ـ معیار جنسن

۲- معیار ترینر ـ معیار M^2

۳- معیار ترینر ـ معیار جنسن

۴- معیار شارپ ـ M^2

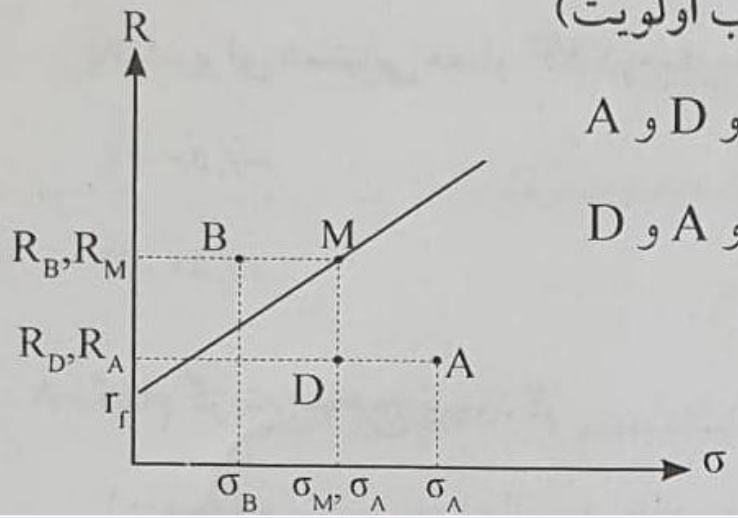
کدام سهم عملکرد بهتری دارد؟ (از راست به ترتیب اولویت)

۱- A و B و D و M

۲- B و M و D و A

۳- B و D و M و A

۴- B و M و A و D



تمرین

۱- گزینه ٤ صحیح است.

هم معیار شارپ و هم‌معیار M^2، انحراف معیار را به عنوان معیار ریسک در نظر می‌گیرند و برمبنای خط CML سنجش می‌شوند

۲- گزینه ۲ صحیح است.

پرتفوی B و M هر دو بیشترین بازده را دارند، لیکن پرتفوی B ریسک کمتری دارد. لذا B بهتر از M می‌باشد. از طرفی D پایین‌تر از خط تخصیص M و R_f قرار دارد لذا M از D بهتر است در نتیجه B از D بهتر است. از طرفی بازده‌های D و A برابراند، لیکن ریسک D کمتر است لذا D از A بهتر است درنتیجه B و M نیز از A بهتر هستند.

تمرین

- صرف ریسک سهم A ۲ برابر صرف ریسک سهم B می‌باشد. در چه سطحی از ریسک سرمایه‌گذار نسبت به ۲ سهم بی‌تفاوت می‌شود؟

۱- ریسک سهم B، ۲ برابر سهم A

۲- ریسک سهم B نصف سهم A

۳- سرمایه‌گذار هرگز به بی‌تفاوتی نمی‌رسد.

٤- اطلاعات مسأله کافی نیست.

- شاخص مبنا برای مقایسه با معیار ترینر و M^2 به ترتیب عبارتند از:

۱- خط SML ـ خط SML

۲- خط CML ـ خط SML

۳- خط CML ـ خط CML

٤- خط SML ـ خط CML

تمرین

۳- گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{بی تفاوتی} = \frac{\text{صرف ریسک A}}{\text{ریسک A}} = \frac{\text{صرف ریسک B}}{\text{ریسک B}}$$

$$\text{صرف ریسک A} = ۲ \text{ صرف ریسک} \Rightarrow \frac{\text{۲ صرف ریسک B}}{\text{ریسک A}} = \frac{\text{صرف ریسک B}}{\text{ریسک B}}$$

$$\text{ریسک B} = \frac{۱}{۲} \text{ ریسک A} \Rightarrow \frac{\text{صرف ریسک B}}{\frac{۱}{۲} \text{ ریسک A}} = \frac{\text{صرف ریسک B}}{\text{ریسک B}} \Rightarrow$$

۴- گزینه ٤ صحیح است.

شاخص مبنا برای معیارهای شارپ و $M^{۲}$ خط CML، و شاخص مبنا برای معیارهای ترینر و جنسن خط SML می‌باشد.

تمرین

کدام سهم عملکرد بهتری دارد. (به ترتیب اولویت از راست به چپ)

سهم	σ_i	R_f	R_i
A	۰/۱۵	۰/۱۱	۰/۲۰
B	۰/۲۰	۰/۱۱	۰/۲۱
C	۰/۲۵	۰/۱۱	۰/۳۱
D	۰/۳۰	۰/۱۱	۰/۳۲

۱- A و B و C و D

۲- C و D و A و B

۳- B و A و D و C

۴- D و C و B و A

تمرین

گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \frac{۰/۲۰ - ۰/۱۱}{۰/۱۵} = ۰/۶ \qquad C = \frac{۰/۳۱ - ۰/۱۱}{۰/۲۵} = ۰/۸$$

$$B = \frac{۰/۲۱ - ۰/۱۱}{۰/۲} = ۰/۵ \qquad D = \frac{۰/۳۲ - ۰/۱۱}{۰/۳} = ۰/۷$$

$$\Rightarrow RVAR_{(C)} > RVAR_{(D)} > RVAR_{(A)} > RVAR_{(B)}$$

تمرین

- در صورتی که انحراف معیار پرتفوی بازار و پرتفوی سهم A به ترتیب برابر ۰/۳۰ و ۰/۲۰ باشد، برای دستیابی معیار M^2 درصد سرمایه‌گذاری در دارایی بدون ریسک چند درصد است؟

۱- ٪۵۰-
۲- ٪۳۳+
۳- ٪۵۰+
٤- ٪٦٧+

- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱- همواره ترکیب چیدمان سهم‌ها در هنگام استفاده از روش M^2 و شارپ یکی است.
۲- همواره ترکیب چیدمان سهم‌ها در هنگام استفاده از روش ترینر و جنسن یکی است.
۳- همواره ترکیب چیدمان سهم‌ها در هنگام استفاده از روش ترینر و M^2 یکی است.
٤- ممکن است ترکیب چیدمان سهم‌ها در هنگام استفاده از روش ترینر و شارپ یکی باشد.

تمرین

۷- گزینه ۱ صحیح است.

$$\%xA = \frac{\sigma M}{\sigma A} = \frac{\%۳۰}{\%۲۰} = ۱/۵$$

$$\%xR_f = ۱ - \%x_A \Rightarrow \%xR_f = ۱ - ۱/۵ = -۰/۵$$

۸- گزینه ۳ صحیح است.

از آنجا که معیار ترینر براساس خط بازار اوراق بهادار (SML)؛ اقدام به ارزیابی می‌کند و معیار M^2 براساس خط بازار سرمایه (CML)، لذا ممکن است چیدمان سهام‌ها براساس ۲ معیار با هم برابر نباشند.

تمرین

معیار M^2 و شارپ برای سهم A به ترتیب برابر ۰/۲۳ و ۱/۲ می‌باشد. اگر نرخ بهره بدون ریسک برابر ۰/۰۵ باشد مطلوب است واریانس بازار.

۱- ۰/۱۵ ۲- ۰/۱۷

۳- ۰/۰۲۲ ٤- ۰/۰۲۸

سهم B پایین قیمت گذاری شده لذا نتیجه می گیریم...

۱- معیار ترینر سهم B بیشتر از صرف ریسک بازار است.

۲- معیار ترینر سهم B مثبت است.

۳- معیار شارپ سهم B بیشتر از صرف ریسک بازار است.

٤- معیار شارپ سهم B مثبت است.

تمرین

۹- گزینه ۳ صحیح است.

$$M_A^{۲} = R_f + (RVAR \times \sigma_M)$$

$$۰/۲۳ = ٪۵ + ۱/۲\sigma_M \Rightarrow ۱/۲\sigma_M = ٪۱۸$$

$$\sigma_M = ٪۱۵ \rightarrow \sigma_M^{۲} = (۰/۱۵)^{۲} = ۰/۰۲۲۵$$

۱۰- گزینه ۱ صحیح است.

وقتی سهم B پایین قیمت‌گذاری شده، یعنی قطعاً بالای SML قرار دارد. لذا عدد ترینر سهم B بیشتر از شیب SML می‌باشد. شیب SML برابر است با صرف ریسک بازار لذا قطعاً معیار ترینر سهم B بیشتر از صرف ریسک بازار است.

تمرین

۱۳- با استفاده از اطلاعات موجود ریسک غیرسیستماتیک سهم A را حساب کنید.

$R_M = \%۱۵$ $R_f = \%۵$ $R_A = \%۲۳$ $\beta = ۱$

۰/٤ = نسبت ارزیابی سهم A

۱- ۰/۲ ۲- ۰/۳۲۵

۳- ۰/۵٦ ٤- ۰/۷۵

۱٤- کدام گزینه از جمله انتقادات وارد بر معیارهای ارزیابی عملکرد می‌باشد.

۱- استفاده از شاخص به عنوان نماینده بازار

۲- تفکیک قائل نشدن بین شانس و مهارت مدیران

۳- اساس اعتبار CAPM

٤- همه موارد

تمرین

۱۳- گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{نسبت ارزیابی} = \frac{\text{بازدهی مازاد نسبت به بازار به ازاء پذیرش ریسک غیرسیستماتیک}}{\text{ریسک غیرسیستماتیک}}$$

$$۰/۴ = \frac{٪۲۳ - ٪۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۰/۰۸}{۰/۴} = ۰/۲$$

۱٤- گزینه ٤صحیح است.

انتقادهای وارده بر معیارهای ارزیابی عملکرد عبارتند از:

۱- استفاده از شاخص به مثابه نماینده بازار.

۲- تفکیک قائل شدن بین شانس و مهارت مدیران.

۳- تعیین نرخ بهره بدون ریسک.

٤- اساس اعتبار CAPM.

تمرین

۱۶- با توجه به اطلاعات موجود کدام خط مربوط به سهم A می‌باشد.

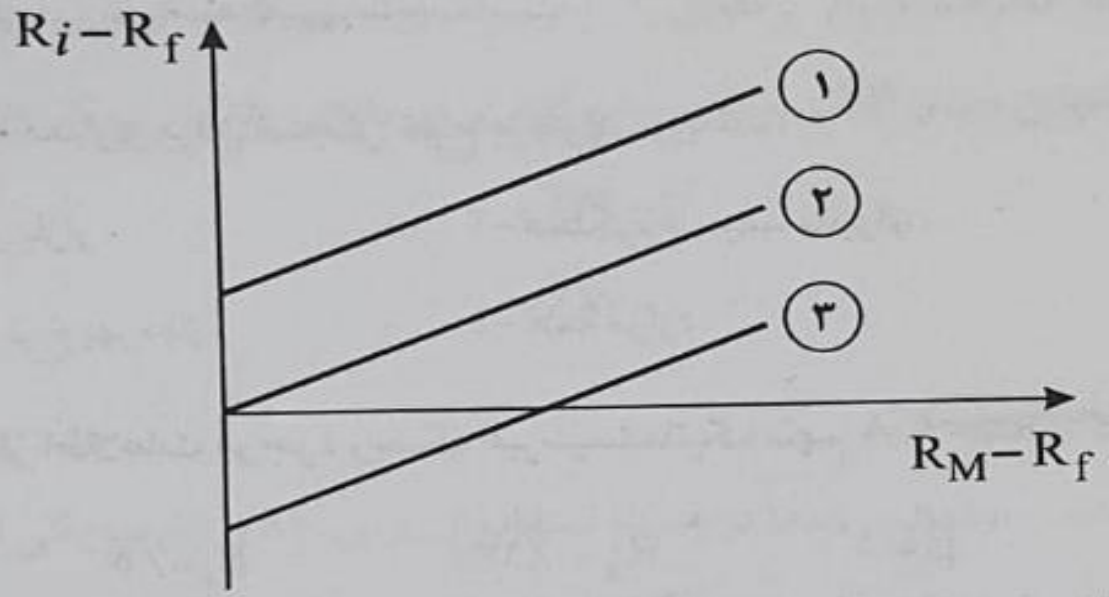
$R_i = \%۱۸ \quad R_M = ۰/۱۵ \quad R_f = \%۵ \quad \beta = ۱/۳۵$

۱- خط ۱

۲- خط ۲

۳- خط ۳

٤- اطلاعات کافی نیست



تمرین

۱۶- گزینه ۳صحیح است.

$$\alpha_i = \bar{R}_i - [R_f + \beta(R_M - R_f)]$$

$$\alpha_i = \%۱۸ - [\%۵ + ۱/۳۵(\%۱۵ - \%۵)] = -۰/۰۰۵$$

از آنجا که α منفی می‌باشد، لذا شکل خط، شبیه به خط ۳ می‌باشد.

تمرین

– نسبت ارزیابی برای سهمی با واریانس پسماند ۵٪ برابر ۳ می‌باشد، لذا نتیجه می گیریم:

۱– سهم ۵٪ کمتر از بازار بازده کسب کرده.

۲– سهم ۵٪ بیشتر از بازار بازده کسب کرده.

۳– سهم ۱۵٪ کمتر از بازار بازده کسب کرده.

٤– سهم ۱۵٪ بیشتر از بازار بازده کسب کرده.

۱۷– گزینه ٤ صحیح است.

$$AR = \frac{\text{بازده مازاد نسبت به بازده بازار}}{\text{ریسک غیرسیستماتیک}} \Rightarrow ۳ = \frac{x}{٪۵}$$

$\Rightarrow$ بازده مازاد پرتفوی نسبت به بازده بازار = ۱۵٪

تمرین

۱۸- با استفاده از اطلاعات موجود آلفای تفاضلی جنسن را محاسبه کنید.

$R_i = ٪۱۷ \quad R_M = ۰/۱۳ \quad R_f = ٪۳ \quad \beta = ۱/۵$

۱- ۱٪+ ۲- ۱٪-

۳- ۱/۵٪+ ٤- ۱/۵٪-

۱۹- کدام گروه از معیارهای زیر ریسک سیستماتیک را مهم در نظر می گیرند؟

۱- شارپ ـ نسبت ارزیابی ۲- ترینر ـ M^2

۳- ترینر ـ جنسن ٤- نسبت ارزیابی ـ جنسن

تمرین

۱۸- گزینه ۲ صحیح است.

$$\alpha = \bar{R}_i - [R_f + \beta(R_M - R_f)]$$

$$\alpha = \%۱۷ - [\%۳ + ۱/۵(\%۱۳ - \%۳)] = -۰/۱$$

۱۹- گزینه ۳ صحیح است.

از آنجا که هم معیار ترینر و هم معیار جنسن، برمبنای CAPM می‌باشد، لذا برای ارزیابی عملکرد، ریسک سیستماتیک سهم را در نظر می گیرند.

مراحل فرآیند مدیریت سبد

- مرحله اول
- مرحله دوم
- مرحله سوم

مراحل فرآیند مدیریت سبد

مرکز مالی ایران (سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

مرحله ۱) برنامه ریزی

- **شناخت نیاز مشتری**
  - اهداف و محدودیت ها

- **بیانیه سیاست سرمایه گذاری (IPS)**
  - اهداف و محدودیت ها
  - یک معیار یا عملکرد بازده
  - بازبینی منظم
  - سند رسمی

طرح ریزی و تشکیل سبد

مرکز مالی ایران
(سهامی خاص)
IFC IRAN FINANCIAL CENTER

✓ سند کتبی آن "بیانیه سیاست سرمایه گذاری IPS"

- اهداف و محدودیت های استراتژی مشخص می شود
- برنامه ای برای کسب و موفقیت سرمایه گذاری
- آستانه تحمل ریسک و بازده مورد توقع مناسب
- مسئولیت های مدیر سرمایه گذاری و مشتری
- روش ارزیابی عملکرد (معیار یا بنچ مارک)

طرح ریزی و تشکیل سبد

✓ محدودیت بیانیه سیاست سرمایه گذاری/ IPS

- ✓ نیاز نقدینگی
- ✓ افق زمانی
- ✓ معیارهای قانونی
- ✓ نیازهای ویژه و ترجیحات خاص

نکته: ابتدا تعیین سطح ریسک پذیری، سپس بازده های در دسترس

مراحل فرآیند مدیریت سبد

مرحله ۲) اجرا

✓ تشکیل سبد با توجه به نیاز مشتری

- **تخصیص دارایی ها**
  - تحلیل بالا به پایین
  - پایین به بالا
- **تحلیل اوراق بهادار**
  - انتخاب
  - خرید/ فروش
- **تشکیل سبد**

انواع استراتژی های تخصیص دارایی

تخصیص دارایی استراتژیک (بلندمدت/SAA)

تخصیص در طبقات مجاز دارایی IPS با در نظر گرفتن محدودیت ها

- ✓ ریسک سیستماتیک عامل تغییر ارزش سبد در بلندمدت
- ✓ بازده هر طبقه تحت تاثیر عوامل سیستماتیک یکسان
- ✓ فرموله کردن انتظارات بازار سرمایه
- ✓ معرفی طبقات دارایی
- ✓ لحاظ بازده، ریسک و محدودیت ها در بلندمدت

نکته: ابتدا تعیین سطح ریسک پذیری، سپس بازده های در دسترس

انواع استراتژی های تخصیص دارایی

تخصیص دارایی تاکتیکی (کوتاه مدت/TAA)

تصمیم انحراف عمدی در کوتاه مدت برای کسب بازدهی (نوسانگیری)

- گزینش سهام: کسب بازدهی بیشتر از متوسط طبقات دارایی با انتخاب سهم پرپتانسیل
- طبقه را تغییر نمی دهند، فقط وزن

*__بودجه بندی ریسک:__ انتخاب بین مدیر فعال و منفعل/ تخصیص دارایی تاکتیکی و گزینش سهام

انواع استراتژی های تخصیص دارایی

اهداف تخصیص دارایی تاکتیکی (کوتاه مدت/TAA)

- با معیار قراردادن سبد الگو و با پذیرش ریسک بیشتر، آن را الگو کند
- اعمال وزن بیشتر یا کمتر به منظور افزایش ارزش بیشتر

اهداف تخصیص دارایی پویا

- نسبت به ایستا عملکرد بهتری دارد
- هزینه و پیچیدگی بالا

مراحل فرآیند مدیریت سبد

مرحله ۳) بازخور

✓ به دلیل پویایی بازار

- **نظارت بر سبد و موازنه مجدد**
  - به دلیل تغییرات شرایط بنیادی بازار

- **سنجش عملکرد و گزارش دهی**
  - شارپ، مودیلیانی، ترینر، آلفای جنسن